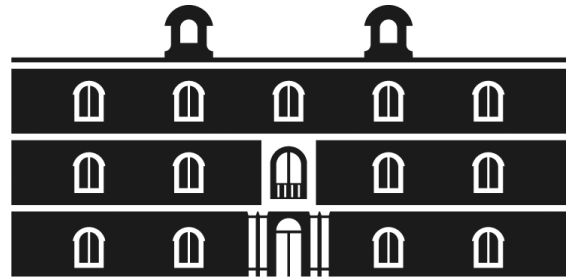


Universidad  
Politécnica  
de Cartagena



**industriales**  
etsii UPCT

# ***Proyecto Fin de Carrera***

## ***Cálculo de Resortes Helicoidales con SolidWorks***

**Titulación:** ITI Mecánica

**Alumno/a:** Alejandro Hernández Carpio

**Director/a/s:** Jorge Ripoll Camús

Alfonso Fuentes Aznar

Cartagena, 30 de Septiembre de 2014

*Quisiera agradecer a los profesores Jorge Ripoll Camús y Alfonso Fuentes Aznar toda la atención mostrada durante la elaboración de este proyecto, así como su notable labor docente a lo largo de mi permanencia en esta universidad.*

*A mi familia y mis amigos, por transmitirme siempre su apoyo incondicional, confianza y ánimo cuando la flaqueza asomaba.*

# ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS .....</b>	<b>4</b>
<b>CAPÍTULO 2. RESORTES MECÁNICOS.....</b>	<b>6</b>
2.1 TIPOLOGÍAS Y CARACTERÍSTICAS .....	6
2.1.1 Resortes de compresión .....	7
2.1.1.1 Resorte helicoidal cilíndrico de compresión .....	7
2.1.1.2 Resorte helicoidal de estampación.....	8
2.1.1.3 Resorte helicoidal cónico.....	9
2.1.1.4 Arandelas elásticas.....	10
2.1.1.5 Resortes de flejes a compresión .....	11
2.1.2 Resortes de tracción .....	12
2.1.2.1 Resortes helicoidales de extensión.....	12
2.1.2.2 Montaje de resortes helicoidales de compresión trabajando a tracción .....	13
2.1.2.3 Resortes de lámina enrollada.....	14
2.1.3 Resortes de torsión.....	14
2.1.3.1 Resorte helicoidal de torsión.....	14
2.1.3.2 Barras de torsión.....	15
2.1.3.3 Resortes en espiral .....	16
2.1.3 Resortes a flexión .....	17
2.1.3.1 Resorte de hojas o láminas .....	17
2.2 MATERIALES PARA RESORTES .....	18
2.2.1 Aceros para resortes .....	20
2.2.2 Tratamientos en resortes .....	22
<b>CAPÍTULO 3. RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESIÓN .....</b>	<b>25</b>
3.1 CONFIGURACIÓN DE LOS RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESIÓN .....	25
3.1.1 Funcionamiento y geometría .....	25
3.1.2 Condiciones de los extremos .....	30
3.2 ESFUERZOS EN RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESIÓN.....	32
3.2.1 Cargas sobre los resortes helicoidales de compresión .....	32
3.2.2 Esfuerzo cortante de torsión. Efecto de la curvatura .....	32
3.2.3 Criterio de fallo a carga estática.....	38
3.2.4 Deflexión, estabilidad y oscilación en resortes.....	41

3.2.5 Diseño por resistencia a carga dinámica .....	47
3.2.5.1 Esfuerzos cíclicos .....	49
3.2.5.2 Resistencia a la fatiga y diagramas S-N .....	50
3.2.5.3 Esfuerzos fluctuantes. Influencia del esfuerzo medio .....	53
3.2.5.4 Criterios de fallo con esfuerzos fluctuantes .....	54
3.2.5.5 Otros métodos de cálculo a fatiga .....	56
3.3 RESISTENCIAS PARA RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESIÓN .....	58
3.3.1 Esfuerzo admisible a fluencia .....	61
3.3.2 Esfuerzo admisible a fatiga .....	62
<b>CAPÍTULO 4. INTRODUCCIÓN AL DISEÑO COMPUTACIONAL DE MÁQUINAS .....</b>	<b>64</b>
4.1 INTRODUCCIÓN .....	64
4.2 INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS .....	65
4.3 INTRODUCCIÓN A SOLIDWORKS SIMULATION .....	66
4.3.1 Metodología en SolidWorks Simulation .....	67
4.3.1.1 Construcción del modelo geométrico .....	67
4.3.1.2 Construcción del modelo de elementos finitos .....	68
4.3.1.3 Resolución del modelo de elementos finitos .....	68
4.3.1.4 Análisis de los resultados .....	68
4.3.2 Elementos finitos .....	68
4.3.3 Grados de libertad y cálculos en MEF .....	72
4.3.4 Análisis lineal y no lineal .....	72
4.3.5 Fatiga en SolidWorks Simulation .....	74
4.3.5.1 Definiciones de fatiga .....	74
4.3.5.2 Sucesos de fatiga. Evaluación y corrección de tensiones alternas .....	75
4.3.5.3 Estudio de análisis de fatiga. Trazados de fatiga .....	79
<b>CAPÍTULO 5. MODELIZADO DE RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESIÓN .....</b>	<b>81</b>
5.1 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS SIMPLES .....	81
5.2 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS SIMPLES Y RECTIFICADOS .....	88
5.3 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS CERRADOS .....	95
5.4 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS CERRADOS Y RECTIFICADOS .....	99
5.5 RESORTES HELICOIDALES DE EXTENSIÓN Y TORSIÓN .....	101
<b>CAPÍTULO 6. CÁLCULO Y SIMULACIÓN DE RESORTES .....</b>	<b>102</b>
6.1 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS SIMPLES .....	102
6.1.1 Cálculo con métodos clásicos .....	103
6.1.2 Cálculo con SolidWorks Simulation .....	114



6.1.3 Comparativa entre métodos clásicos y simulación con SolidWorks.....	138
6.2 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS SIMPLES Y RECTIFICADOS .....	141
6.2.1 Cálculo con métodos clásicos .....	142
6.2.2 Cálculo con SolidWorks Simulation .....	149
6.2.3 Comparativa entre métodos clásicos y simulación con SolidWorks.....	162
6.3 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS CERRADOS.....	164
6.3.1 Cálculo con métodos clásicos .....	165
6.3.2 Cálculo con SolidWorks Simulation .....	170
6.3.3 Comparativa entre métodos clásicos y simulación con SolidWorks.....	177
6.4 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS CERRADOS Y RECTIFICADOS .....	179
6.4.1 Cálculo con métodos clásicos .....	180
6.4.2 Cálculo con SolidWorks Simulation .....	184
6.4.3 Comparativa entre métodos clásicos y simulación con SolidWorks.....	190
6.5 RESORTES HELICOIDALES DE EXTENSIÓN Y TORSIÓN .....	191
<b>CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES.....</b>	<b>193</b>
<b>CAPÍTULO 8. BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>195</b>
<b>ANEXO 1. EJEMPLO DE ANÁLISIS CON SOLIDWORKS SIMULATION.....</b>	<b>196</b>
A1.1 CREACIÓN DE ESTUDIO ESTÁTICO LINEAL .....	197
A1.1.1 Propiedades del estudio.....	197
A1.1.2 Selección y definición del material.....	199
A1.1.3 Definición de restricciones y cargas.....	201
A1.1.4 Mallado.....	203
A1.1.5 Ejecución. ....	206
A1.1.6 Análisis de los resultados .....	208
A1.2 CREACIÓN DE UN ESTUDIO DE FRECUENCIA .....	215
A1.3 CREACIÓN DE UN ESTUDIO DE FATIGA.....	218
A1.3.1 Propiedades del estudio.....	219
A1.3.2 Sucesos de carga.....	220
A1.3.3 Selección y edición del material.....	221
A1.3.4 Ejecución y análisis del estudio .....	222
A1.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS. COMPARATIVA CON MÉTODOS ANALÍTICOS .....	222
A1.4.1 Análisis a carga estática .....	222
A1.4.2 Cálculo a fatiga .....	229

## **CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS**

En infinidad de ocasiones, en el diseño mecánico es necesario la utilización de elementos deformables elásticamente capaces de retornar a su estado inicial tras resistir estados de carga. Estos elementos, llamados resortes o muelles, se emplean en numerosas aplicaciones industriales y son muy importantes en el diseño mecánico. El estudio de los resortes tiene un gran interés y valor para los ingenieros de diseño, requiriendo el análisis de multitud de factores, tales como la resistencia a carga estática, la resistencia a la fatiga, oscilaciones, condiciones de funcionamiento, etc.

En el mercado existe una amplia variedad o tipología de resortes, dependiendo de la aplicación, forma geométrica, tipo de carga que debe resistir, etc. Se suelen fabricar en masa con aceros de gran elasticidad, aunque también es común encontrar resortes de otros materiales.

Las principales aplicaciones de los resortes mecánicos son:

- Elementos capaces de absorber energía (suspensión de vehículos, topes en ferrocarriles etc.).
- Elementos diseñados para aplicar y mantener una fuerza definida (válvulas de alivio, levas, etc.)
- Elementos capaces de absorber o amortiguar vibraciones.
- Elementos conversores de deformación y de control (básculas, etc.)
- Elementos diseñados para retornar una posición (pedal de freno, válvula de un motor, etc.)
- Elemento motriz (mecanismos de reloj, etc.)

Con el avance tecnológico y el uso de herramientas computacionales e informáticas en el campo de la ingeniería y el diseño industrial se ha abierto un gran abanico de posibilidades para el ingeniero de diseño. Hoy en día se dispone en el mercado multitud de programas y aplicaciones altamente útiles y eficaces que hacen que el diseño teórico convencional se haya quedado en ocasiones obsoleto y carente de pragmatismo. Herramientas como el CAD (diseño asistido por ordenador) o el MEF (método de elementos finitos) se unen para formar aplicaciones de diseño mecánico integral, adoptando las ventajas de cada una de las partes para producir una sinergia que facilita el proceso de diseño. Algunos de los programas más utilizados en la actualidad son *SolidWorks*, *Catia* o *ProEngineer*. En este proyecto se va a trabajar con el software *SolidWorks* y su extensión de simulación *SolidWorks Simulation*.

El principal objetivo de este proyecto no es otro que aunar el diseño de resortes teórico o tradicional con los métodos computacionales mencionados, generando una metodología

de trabajo para el cálculo computacional de resortes con *SolidWorks*. Esta metodología consiste, en primer lugar, en la construcción del modelo del resorte, describiendo el proceso a seguir para modelizar un resorte helicoidal de compresión. Tras ello se abordará la simulación del mismo bajo las cargas y condiciones de trabajo definidas, analizando los resultados posteriormente. Este proyecto se centrará en el estudio de resortes helicoidales de compresión, aunque también se van a mencionar otras tipologías y se va a intentar simular resortes de extensión y torsión.

En segundo lugar, otro de los objetivos de este proyecto es la comparación entre los resultados obtenidos mediante métodos teóricos de cálculo y los resultados que ofrece la simulación computacional. En primer lugar se realizará el cálculo de resortes con métodos analíticos recogidos en la bibliografía clásica de diseño consultada y tras ello se realizará el mismo análisis con *SolidWorks*. También se valorará la utilidad y eficiencia de este método respecto al tradicional.

El proyecto está distribuido en 8 capítulos que se comentan a continuación, siendo la *Introducción* el primero de ellos.

En el capítulo 2 se hace una introducción teórica y descriptiva de las distintas tipologías de resortes utilizados comúnmente en la industria, así como de los materiales para resortes más usuales.

En el capítulo 3 se abordan las características de los resortes helicoidales de compresión (geométricas, funcionales, etc.) y los esfuerzos que soportan estos tipo de resortes (diseño a carga estática y fatiga), así como otras propiedades como la deflexión o la oscilación.

En el capítulo 4 se realiza una introducción al diseño computacional, con pinceladas específicas del software empleado en el proyecto y que se complementa con el Anexo 1, donde se desarrolla una simulación completa de un elemento más simple que un resorte para poder así exponer con mayor precisión la metodología de trabajo con el programa seguida en este proyecto.

En el capítulo 5 se describe el modelizado de resortes helicoidales de compresión con *SolidWorks*, detallando todos los pasos a seguir para poder construir un modelo de resorte de este tipo.

En el capítulo 6, el más extenso de todos, se desarrollan las simulaciones de cuatro tipos de resortes helicoidales de compresión, con distintas geometrías y condiciones de carga. En él se exponen los resultados, tanto los teóricos como los extraídos de la simulación, y se comparan a posteriori.

Por último, en el capítulo 7 se exponen las conclusiones del proyecto. El capítulo 8 es referente a la bibliografía consultada.

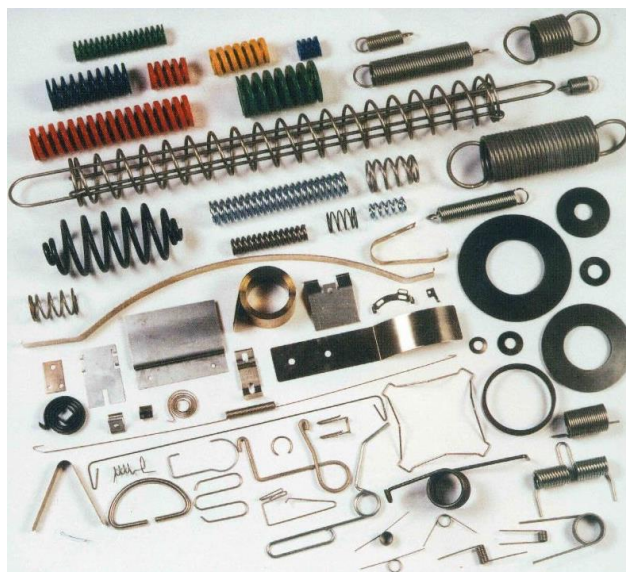
## **CAPÍTULO 2. RESORTES MECÁNICOS**

En este capítulo se comentará, en primer lugar, las tipologías de los resortes más comúnmente utilizados en la industria. Se describirán brevemente sus características y aplicaciones. Posteriormente se tratarán los materiales utilizados para resortes.

### **2.1 TIPOLOGÍAS Y CARACTERÍSTICAS**

Un resorte, también conocido como muelle, es un elemento mecánico elástico capaz de almacenar energía y desprenderse de ella sin sufrir deformación permanente cuando cesan las fuerzas o la tensión a las que es sometido.

A continuación, se expondrán algunos de los principales tipos de resortes utilizados en la industria y presentes en el mercado, mencionando brevemente sus características.



*Figura 2.1. Diferentes tipos de resortes mecánicos*

Se clasificarán los resortes en cuatro tipos, según como actúa la carga sobre el resorte:

- Resortes de compresión
- Resortes de tracción
- Resortes de torsión
- Resortes de flexión

También se pueden clasificar según la forma de la sección transversal del alambre (circular, cuadrada, etc.) o según la forma del resorte (cónico, cilíndrico, etc.).

### **2.1.1 Resortes de compresión**

En este punto se van a describir las características de los resortes sometidos a cargas de compresión. Los tipos de muelles descritos en este punto son:

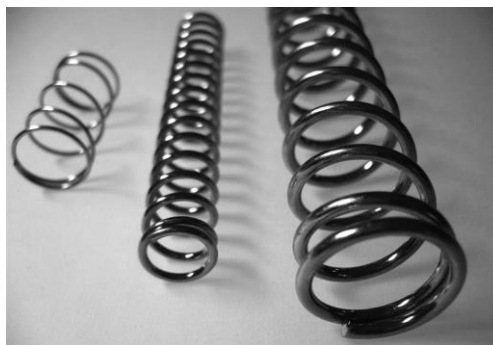
- Resorte helicoidal cilíndrico
- Resorte helicoidal de estampación
- Resorte helicoidal cónico
- Arandelas elásticas
- Resortes de fleje

#### **2.1.1.1 Resorte helicoidal cilíndrico de compresión**

Este es el tipo de resorte que se estudiará en profundidad en este proyecto. Su uso es muy general y extendido, pudiéndolo encontrar en infinidad de aplicaciones, tales como válvulas, amortiguadores, herramientas, etc.

Está formado por un alambre de acero de sección circular, cuadrada u ovalada (estos dos últimos menos populares), enrollado en forma de hélice cilíndrica, con un paso variable o uniforme, dependiendo de las características deseadas. En el caso de ser el paso uniforme, la constante o razón de resorte tendría una progresión lineal, mientras que en el otro caso no.

El muelle de sección circular soporta mejor las tensiones que las otras geometrías, teniendo una distribución de tensiones más favorable que el de sección cuadrada u ovalada. En la figura 2.3 se muestran, de izquierda a derecha: resorte helicoidal de compresión de sección circular, cuadrada y ovalada. Se suelen fabricar con acero al carbono de distintos tipos, aceros inoxidables o algunas aleaciones no férreas (cobre, níquel, latón, etc.).



*Figura 2.2. Resortes helicoidales cilíndricos con sección circular de alambre*



*Figura 2.3. Resortes helicoidales cilíndricos de compresión*

Sus extremos pueden tener distintos acabados, dependiendo del apoyo o la sujeción que vaya a tener. En algunas ocasiones se modifican los extremos, a veces incluso haciendo menor el diámetro de la espira del extremo. También se pueden montar dentro de cilindros o introduciendo una varilla en el interior de los mismos.

#### **2.1.1.2 Resorte helicoidal de estampación**

Los muelles para estampación o resortes de matricería (figura 2.4) son de sección de hilo rectangular. Suelen estar caracterizados por series de distintos colores, denotando el color la resistencia del mismo.

Se fabrican en aleaciones de cromo-vanadio y cromo-silicio. Este tipo de alambre es especialmente adecuado para resistir impactos y deformaciones. Pueden trabajar en condiciones de altas temperaturas hasta los 230°C. Son sometidos a tratamientos térmicos y a un proceso de "granallado". Con esto se consiguen altos límites de fatiga.



*Figura 2.4. Resortes helicoidales de estampación*

**2.1.1.3 Resorte helicoidal cónico**

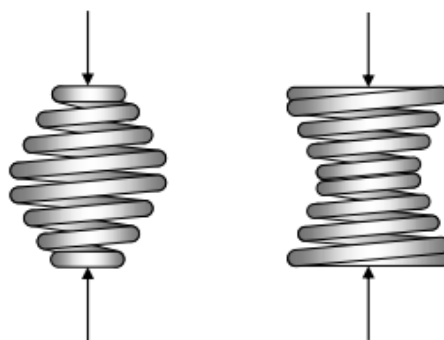
La principal característica de estos es su geometría en forma cónica. Con este tipo de muelle se puede conseguir una menor longitud sólida que con un resorte helicoidal cilíndrico para una misma fuerza. Son altamente recomendables para trabajos en el que las frecuencias de las cargas son similares a las frecuencias naturales del resorte, ofreciendo una gran solución al problema de resonancia.

Pueden ser de alambre de sección circular (Figura 2.5) o sección cuadrada, aunque es más común la primera. Este tipo de resorte se emplea principalmente para amortiguar fuerzas de choque de gran intensidad en un corto recorrido, por ejemplo en amortiguadores de topes de vagones de ferrocarril. Los materiales utilizados son los mismos que para los muelles helicoidales de compresión.



*Figura 2.5. Resorte helicoidal cónico*

Una versión modificada del resorte cónico es el resorte bicónico helicoidal (figura 2.6), que se podría equiparar a dos muelles cónicos montados en serie con los diámetros menores en contacto o con los mayores, dependiendo de si son en forma de reloj de arena o en forma de barril. Las características funcionales son similares. En algunas ocasiones, por necesidades geométricas en el montaje son necesarios. Son usados, por ejemplo, en la fabricación de colchones de resortes.



*Figura 2.6. Resorte helicoidal bicónico en forma de barril (izqda) y de reloj de arena (dcha)*

#### **2.1.1.4 Arandelas elásticas**

Es un tipo de resorte muy común, dada la simplicidad y las características que reúnen. Son de dimensiones reducidas, coste bajo, alta capacidad de carga, buena resistencia a la fatiga, etc. Además, son apilables, por lo que ofrecen la posibilidad de diseñar un resorte a la medida utilizando varias de estas arandelas. Existen distintos tipos como: *muelles de platillo o arandelas Belleville, arandelas elásticas onduladas o muelles de compresión ondulados*.

*Muelles de platillo o arandelas Belleville:* (figura 2.7) también conocidas como arandelas elásticas, son arandelas cónicas que ofrecen una fuerza elástica proporcional a la deformación a la que son sometidas en la dirección axial. Pueden ejercer un valor de fuerza alto en espacios reducidos. Se pueden apilar enfrentadas o lo contrario, dependiendo de si se quiere multiplicar la fuerza o el desplazamiento. Suelen fabricarse en acero al cromo-vanadio.



*Figura 2.7. Muelle de platillo o arandela Belleville*

*Arandelas elásticas onduladas:* (figura 2.8) se utilizan habitualmente en aplicaciones con cargas axiales para pequeñas y medias deflexiones, especialmente donde el espacio radial es limitado. Durante la instalación inicial las arandelas de compresión sufrirán una pequeña pérdida de altura. Después del montaje inicial la pérdida de altura es mínima. Se pueden fabricar en acero inoxidable y en acero al carbono.



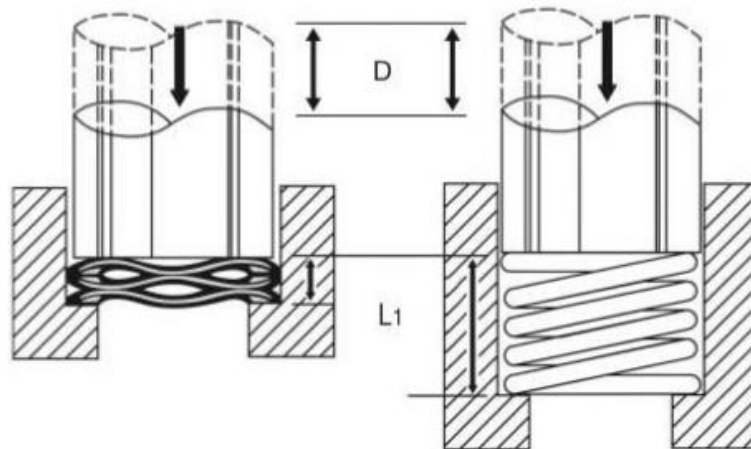
*Figura 2.8. Arandelas elásticas onduladas*



*Muelles de compresión ondulados:* (figura 2.9) pueden reemplazar a los resortes helicoidales de compresión convencionales allí donde el espacio es crítico. Ocupan mucho menos de la altura comprimida de los muelles helicoidales de compresión, mientras que proporcionan más recorrido con la misma carga (figura 2.10). Partiendo de un fleje en acero para muelles con esquinas redondeadas y templado se fabrican estos muelles de compresión ondulados.



*Figura 2.9. Muelles de compresión ondulados*



*Figura 2.10. Comparativa entre un resorte helicoidal y un muelle ondulado*

#### **2.1.1.5 Resortes de flejes a compresión**

Esta tipología de muelle se fabrica a partir de un fleje de acero, enrollándolo en forma de hélice cónica o bicónica dependiendo de la aplicación. Se utiliza para herramientas como tijeras de podar (figura 2.12), cizallas, etc.



*Figura 2.11. Resorte de fleje a compresión*



*Figura 2.12. Tijeras de podar con resorte de fleje*

### **2.1.2 Resortes de tracción**

Estos resortes son sometidos a cargas de tracción. Se van a comentar los siguientes tipos:

- Resortes helicoidales de extensión
- Montaje de resortes helicoidales de compresión trabajando a tracción
- Resortes de lámina enrollada

#### **2.1.2.1 Resortes helicoidales de extensión**

Son resortes helicoidales similares a los de compresión, con algunas diferencias. Entre ellas, los extremos vienen provistos de unos ganchos para facilitar su montaje e instalación (figura 2.14). También suelen tener las espiras pegadas, es decir, el paso es igual al diámetro del alambre.

En su fabricación, el cuerpo del resorte queda sometido a una tensión inicial o pretensado, que es una fuerza que mantiene unidas las espiras, de modo que, para poder vencer dicha tensión inicial, habrá que aplicar una fuerza mínima para que se produzca deflexión. Por lo tanto, el resorte sin carga exterior ya está sometido a un esfuerzo.

Es importante que, además de calcular la resistencia del cuerpo también se haga de los ganchos, puesto que es otra sección crítica del elemento mecánico.



*Figura 2.13. Resortes helicoidales de extensión*

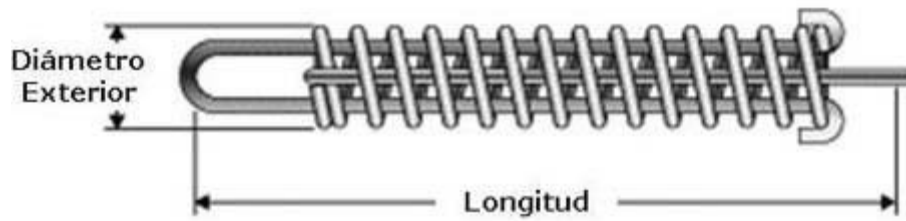
En la figura 2.13 se puede observar como las espiras del cuerpo del resorte están en contacto entre ellas. Los materiales empleados en este tipo de resorte son los mismos que en el caso de los resortes helicoidales de compresión.



*Figura 2.14. Diferentes tipologías de ganchos para resortes helicoidales de extensión*

#### **2.1.2.2 Montaje de resortes helicoidales de compresión trabajando a tracción**

Otro tipo común de resorte de extensión es el montaje de un resorte a compresión para trabajar a tracción. Consiste en un resorte de compresión al que se enganchan a cada extremo una barra con dos ganchos que pasan por el centro del resorte de compresión. Al aplicar una fuerza de tracción sobre las barras, el resorte se comprime, funcionando el montaje como un resorte de extensión (figura 2.15).



*Figura 2.15. Montaje de resorte de compresión trabajando a tracción*

### **2.1.2.3 Resortes de lámina enrollada**

Este tipo de muelle también es conocido como resorte de fuerza constante. Consiste en una espiral o fleje curvado de forma que cada revolución del fleje se apriete sobre la anterior. Cuando se extiende, se produce una fuerza que resiste, al igual que en el resorte de tracción común, pero con una razón de resorte casi constante. Este tipo de resorte es adecuado para largas extensiones sin acumulación de carga. En la utilización el muelle se monta normalmente con el diámetro interior enrollado sobre un tambor y con el extremo libre fijado a la carga. Esto puede invertirse, fijando el extremo libre y aplicando la carga sobre el tambor.



*Figura 2.16. Resortes de lámina enrollada o de fuerza constante*

### **2.1.3 Resortes de torsión**

Estos tipos de muelles soportan una carga en forma de par de torsión. Se van a comentar tres tipos:

- Resortes helicoidales de torsión
- Barras de torsión
- Resortes en espiral

### **2.1.3.1 Resorte helicoidal de torsión**

Están formados por un hilo de acero enrollado en forma de hélice cilíndrica con dos brazos en los extremos, los cuales se deforman angularmente al estar apoyados en los elementos que generan el giro relativo. La principal peculiaridad es la aplicación de la carga, siendo esta un par de torsión sobre el eje axial.

Las espiras se enrollan juntas, pero a diferencia del caso de los resortes helicoidales de tracción, esta no tiene una precarga inicial. Los extremos de este resorte pueden ser de diversas formas (figura 2.16), dependiendo de la forma de aplicación del par, características geométricas del espacio de montaje, etc.

Los materiales empleados en este tipo de resorte son los mismos que los empleados en los resortes helicoidales a compresión y tracción.



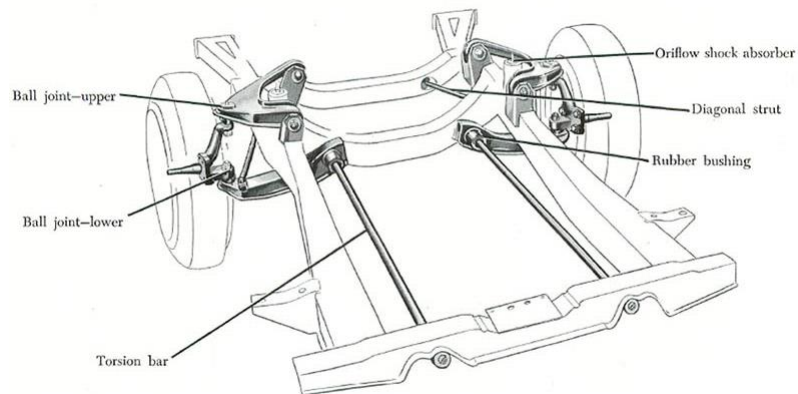
*Figura 2.16. Resortes helicoidales de torsión con distintos tipos de extremos*

### **2.1.3.2 Barras de torsión**

Las barras de torsión se utilizan, por ejemplo, en la medida de esfuerzos giratorios, llaves dinamométricas, acoplamientos elásticos de ejes, etc.

Su uso más popular es en vehículos como barras estabilizadores y como resortes de suspensión. El objetivo es mantener sin cambios la geometría del coche, aumentando así la estabilidad.

Una de las ventajas de las barras de torsión sobre los resortes helicoidales es el mejor aprovechamiento del material, atribuido a la mayor actividad elástica de las zonas de la barra situada en las cercanías de los puntos de anclaje, en comparación con las espiras de los extremos de los muelles.



*Figura 2.17. Barras de torsión en un vehículo*

### **2.1.3.3 Resortes en espiral**

Existen distintos tipos de resortes en espiral, entre ellos los resortes de hilo o lámina.

El resorte de hilo (figura 2.18) es un resorte formado por un alambre de sección delgada en espiral que se utiliza en relojes mecánicos, cronómetros marinos y otros dispositivos utilizados para medir el tiempo.



*Figura 2.18. Resorte de hilo en espiral utilizado en el mecanismo de un reloj*

Los resortes de láminas (figura 6.19) están formados por un fleje en forma de espiral. Se someten a cargas de torsión y sus aplicaciones son variadas (aplicar presión sobre las escobillas de motores eléctricos, etc.)



*Figura 2.19. Resorte de láminas*

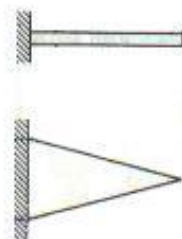
### **2.1.3 Resortes a flexión**

En este apartado se abordará básicamente un tipo de resorte, el resorte de hojas o láminas.

#### **2.1.3.1 Resorte de hojas o láminas**

Los resortes de hojas o láminas, también llamados resortes de viga (figura 2.20), son elementos que hacen las veces de vigas en voladizo sometidas a flexión. También se les llaman muelles planos, aun cuando por lo común tienen cierta curvatura cuando están descargados.

Los resortes de lámina única suelen utilizarse como elementos de presión en compuertas, anclas, contactos de conmutadores y en aplicaciones similares.

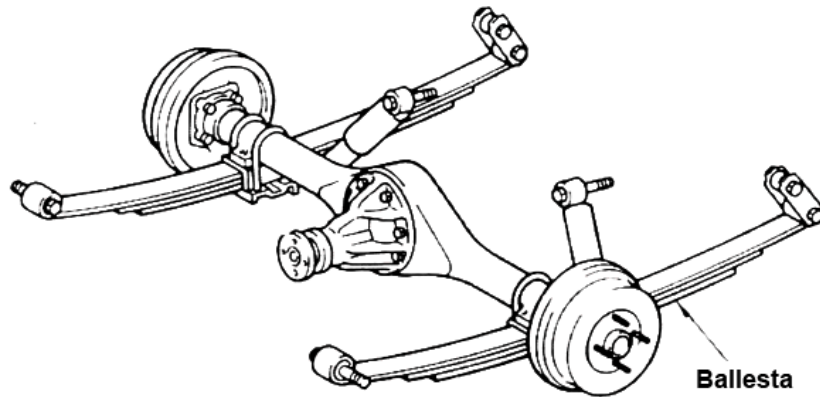


*Figura 2.20. Resorte de viga en voladizo*

Los resortes de hojas o láminas múltiples son conjunto elástico realizado con láminas de acero de la misma composición que el empleado para los muelles helicoidales en otros sistemas de suspensión. Este tipo de resorte se utiliza comúnmente en las suspensiones de vehículos pesados, recibiendo el nombre de ballestas (figura 2.21).

Esta composición más su especial forjado y temple permiten a estas láminas doblarse bajo la acción de una fuerza, retornando a su posición inicial tras el cese de la misma.

Las láminas de acero que componen la ballesta reciben el nombre de hojas, y su longitud siempre es diferente respecto a las contiguas, de mayor a menor.



*Figura 2.21. Ballestas en la suspensión de un vehículo*

## **2.2 MATERIALES PARA RESORTES**

La base del funcionamiento de los resortes se fundamenta en la propiedad que tienen algunos materiales, generalmente los aceros, de poder sufrir importantes deformaciones elásticas, es decir, alargamientos temporales mientras actúan ciertos esfuerzos, que desaparecen cuando cesan las cargas.

En general, los resortes de acero se fabrican con acero de contenido de carbono relativamente elevado, tratado térmicamente o trabajado en frío, o sometido a ambos tratamientos, con un límite elástico elevado. Esto último es importante en los resortes para poder obtener una gran deformación elástica. Pueden ser conformados en frío o en caliente dependiendo del tamaño del alambre y de las propiedades deseadas. El material puede ser tratado térmicamente (prerrevenido) antes del enrollado (con diámetros pequeños) o después del enrollado. Cuando el alambre tratado térmicamente se enrolla en frío, deben ser aliviados los esfuerzos de flexión que resultan después del enrollado, mediante un tratamiento térmico.

El diseñador dispone de una gran variedad de materiales para fabricar resortes, entre ellos aceros al carbono, aceros de aleación y aceros resistentes a la corrosión, cobre al berilio y varias aleaciones de níquel. La resistencia a la tensión es una de las características más importantes que se deben considerar cuando se selecciona el material de un resorte. Dichas resistencias varían con el tamaño del alambre, de modo que no se puede especificar la resistencia hasta que no se conozca el tamaño. Por supuesto, el tipo de material y su procesamiento tienen efecto en la resistencia.



En el cálculo bajo carga estática de resortes helicoidales a compresión, el esfuerzo a examinar es un esfuerzo de fluencia torsional, ya que, evidentemente, una deformación permanente daría como consecuencia un fallo en el material. Por ello, el valor proporcionado de resistencia a la tensión no es aplicable en ese caso. Aunque la resistencia a la fluencia torsional se necesita para diseñar el resorte, los materiales para resortes suelen ensayarse sólo a la tensión, quizás porque es un ensayo fácil y económico de realizar. Es por ello que hay que realizar las transformaciones oportunas para lograr una resistencia a la cortadura. En el caso de resortes helicoidales de extensión, también se evalúa la resistencia en los ganchos, donde existe un esfuerzo de flexión y torsión, por lo que también se deben calcular las resistencias en estos casos. En resortes helicoidales de torsión se evalúa un esfuerzo de flexión. Cuando se estudia el resorte bajo cargas cíclicas, es necesario también conocer la resistencia a fatiga del material y la resistencia a rotura por cortante.

Otro dato importante es el *módulo elástico por cortadura*  $G$ . Esta constante elástica que caracteriza el cambio de forma que experimenta un material elástico cuando se aplican esfuerzos cortantes. Para un material elástico lineal como en el caso de resortes de compresión, el módulo de elasticidad por cortadura tiene el mismo valor para todas las direcciones del espacio.

Dado que los muelles a menudo deben soportar esfuerzos repetidos y alternantes, es de gran importancia que los aceros que se usan para su fabricación tengan una gran resistencia a la fatiga. El fallo de los metales por fatiga tiene lugar por las cargas aplicadas en forma variable o repetida. La carga máxima requerida para producir el fallo de esta forma es mucho menor que la carga de rotura estática.

También es fundamental que en los tratamientos posteriores y en los trabajos en caliente no sufran descarburaciones superficiales considerables. Esto es de gran interés, ya que en la mayoría de casos cuando los muelles están en servicio la parte más fatigada del material es su superficie. Si esa zona está descarburada, su resistencia será inferior a la del resto del material e inferior también a la necesaria para que el muelle funcione bien. Es fácil, por lo tanto, que en esa zona se inicien grietas que luego aumentan, llegando a veces a la rotura del muelle. Por la misma circunstancia, se deben vigilar los defectos y grietas superficiales en las barras, ya que a veces suelen ser la causa de roturas de muelles en servicio.

Con el paso del tiempo, los resortes en servicio pueden ver reducidas sus características elásticas y funcionales. A este fenómeno se le llama *relajación*.

### **2.2.1 Aceros para resortes**

A continuación se expone una breve descripción de los aceros de especificaciones ASTM para resortes más comunes en el mercado y con los que se trabajará en este proyecto.

- *Alambre de resorte estirado en frío (ASTM A227).*

Éste acero se usa para fabricar resortes de uso general más barato y se debe utilizar sólo donde la duración, precisión dimensional, y la deflexión no sean muy importantes. No es válido para carga a fatiga. El alto límite elástico que poseen es debido en parte a su composición, y en parte a la elevada acritud con que el material queda después del estirado. Los muelles se fabrican por simple enrollamiento y generalmente sin tratamiento posterior. Su calidad es bastante reducida.

- *Alambre de cuerda de piano (ASTM A228).*

Éste es el mejor, el más tenaz y el más utilizado de todos los materiales para fabricación de pequeños resortes. Presenta la mayor resistencia a la tensión y puede soportar mayores esfuerzos ante cargas repetidas que cualquier otro material para resortes. También es estirado en frío.

- *Alambre de resortes revenido en aceite (ASTM A229).*

Éste es un acero para resortes de uso general que se emplea para elaborar muchos tipos de muelles de espiras, cuando el coste del alambre de piano resulta prohibitivo y se necesitan tamaños mayores que el alambre de piano disponible. No es adecuado para cargas de choque o impacto. Es estirado en frío, templado y revenido. Su acabado superficial no es el mejor pero es sí que está por encima que el del ASTM A227.

- *Acero al carbono de calidad de resorte de válvula (ASTM 230).*

Es el alambre revenido en aceite de más alta calidad. Como tiene una superficie excelente, la calidad de resorte de válvula es la de más confianza (así como el alambre de cuerda de piano) para resistencia a la fatiga, por lo que se le utiliza en la mayoría de servicios severos o de alta exigencia.

- *Acero al cromo-vanadio (ASTM 231).*

Ésta es la aleación más popular de acero para construir resortes en condiciones que implican esfuerzos mayores que los que se pueden emplear con los aceros al alto carbono, y para usarla cuando son necesarias resistencia a la fatiga y alta durabilidad. También sirve para cargas de impacto o de choque. Se utilizan ampliamente para fabricar resortes de válvulas de motores y funcionamientos a altas temperaturas.

- *Cromo-silicio (ASTM 401).*

Esta aleación tiene una excelente calidad para cargas de impacto, esfuerzos elevados y temperaturas moderadamente elevadas (250°C).

- *Acero inoxidable, tipo 302 (cromo-níquel, ASTM A313).*

Es resistente a la corrosión y fácil de hallar en el mercado. Es estirado en frío y su relajación (debilitación) a temperaturas elevadas es mucho menor que la de los tipos mencionados anteriormente. Se fabrica alambre de acero inoxidable con resistencias comparables al alambre de cuerda de piano o mejores.

A continuación se mencionan algunos aceros para resortes bajo norma española *UNE*.

- *Aceros al carbono de gran elasticidad:*

Fueron los primeros en utilizarse en la elaboración de muelles y elementos elásticos. Se emplean en piezas de poca responsabilidad. Algunas de las denominaciones que entran dentro de este grupo son el acero F-1420 o F-1410.

- *Aceros mangano-siliciosos de gran elasticidad:*

El silicio mejora la resistencia a la fatiga del material, tienen un coste superior al de los aceros al carbono y tienen la desventaja de ser propensos a la descarburación. Dos ejemplos son el F-1450 y el F-1440.

- *Aceros aleados de gran elasticidad:*

Son aceros aleados al Cr-Mn, Cr-Si; Cr-V. Tienen una mejor resistencia a sufrir descarburaciones que los mangano-siliciosos. Se emplean en la fabricación de muelles de una responsabilidad media-alta. Su resistencia a la fatiga y límite elástico son elevados. Un ejemplo es el acero F-1430.

- *Otros tipos de aceros de gran elasticidad:*

Estos son aceros comunes que también se aplican en algunas ocasiones en la fabricación de resortes de poca responsabilidad. Dos ejemplos son el acero F-6370 y el F-6380.

Otros materiales, no mencionados en este texto, se utilizan para resortes helicoidales por un motivo determinado, como el de conductividad eléctrica. Algunas veces existen razones que justifican el uso de plástico o vidrio para resortes.

En general, los aceros de aleación para resortes con pequeños diámetros de alambre no son mucho mejores ni más fuertes que los aceros al carbono; en las dimensiones mayores para muelles enrollados en caliente, las aleaciones pueden ser generalmente más ventajosas por su mayor templabilidad.

### **2.2.2 Tratamientos en resortes**

En este punto se va a describir brevemente algunos de los tratamientos térmicos y mecánicos que se aplican a los resortes mecánicos para mejorar sus propiedades.

#### ***Tratamientos térmicos***

Los principales tratamientos aplicados sobre muelles son el *templado* y el *recocido*.

El *recocido* es el tratamiento térmico que, en general, tiene como finalidad principal ablandar el acero, regenerar la estructura de aceros sobrecalentados o simplemente eliminar las tensiones internas que siguen a un trabajo en frío. En este proceso es importante evitar la descarburación del material, causante facilitador de la iniciación de grietas bajo cargas a fatiga. Consiste básicamente en un calentamiento hasta la temperatura de austenización (entre 800°C y 950°C dependiendo del tipo de acero) seguido de un enfriamiento lento.

El *templado* es el tratamiento térmico que tiene como finalidad hacer que el material adquiera su resistencia y elasticidad características, calentando el metal hasta una temperatura en que se forme austenita. El calentamiento deberá ser lo más breve posible para evitar la descarburación y posibles crecimientos de grano que fragilicen el material. El enfriamiento será en agua o aceite. Este tratamiento genera grandes tensiones internas, que posteriormente se suelen aliviar mediante el *revenido*, que consiste en volver a calentar el acero hasta una temperatura menor. El *revenido* reduce la dureza y resistencia y aumenta la ductilidad y tenacidad.

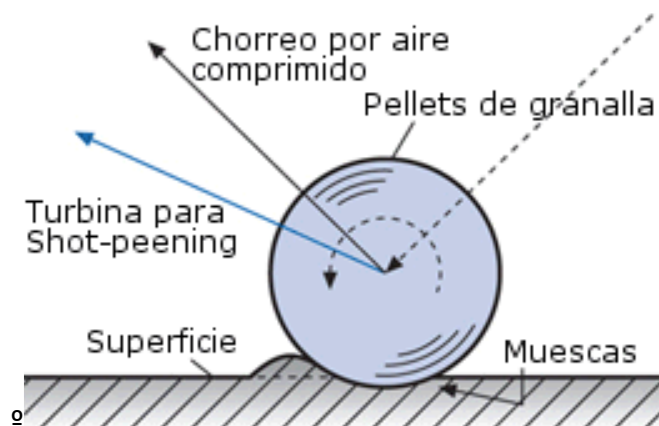
#### ***Tratamientos mecánicos***

Dos tratamientos mecánicos interesantes que se suelen aplicar en la fabricación de resortes de compresión son el *preesforzado* y el *granallado*.

*Preesforzado*: Es un proceso que se usa en la fabricación de resortes de compresión para inducir esfuerzos remanentes útiles. Se efectúa fabricando el resorte más largo de lo necesario y comprimiéndolo luego a su longitud cerrada (con todas las espiras juntas o cerradas). Esta operación fija el resorte a la longitud libre final requerida y, puesto que se ha excedido la resistencia de fluencia a la torsión, origina esfuerzos remanentes opuestos en dirección a los que se inducen en la operación del elemento. Los resortes de compresión que experimentarán preesforzado, deben diseñarse de modo que se elimine de 10 a 30% de la longitud libre inicial durante la operación. Si el esfuerzo en la condición de longitud cerrada es mayor que 1,3 veces la resistencia de fluencia torsional, puede producirse distorsión. Si tal esfuerzo es mucho menor que 1,1 veces, es difícil controlar la longitud libre resultante.

El preesforzado acrecienta la resistencia del resorte, y es especialmente útil cuando se emplea en muelles helicoidales para almacenar energía. Sin embargo, el preesforzado no debe utilizarse cuando los resortes se vayan a someter a fatiga.

*Granallado*: también llamado “Shot Peening” es un proceso de plastificación que consiste en martillar la superficie de una pieza con un abrasivo. Se proyecta granalla de acero en la superficie de los componentes todavía libres de tensión o esfuerzos para obtener una distribución local de esfuerzos de compresión en la superficie y tracción a mayor profundidad (esfuerzos remanentes o residuales).



*Figura 2.22. Granalla impactando sobre la superficie de la pieza*

El impacto de las bolas de acero contra la superficie a altas velocidades produce huellas esféricas permanentes. Las capas de metal por debajo de la superficie granallada experimentan una deformación plástica. Debido al impacto y la deformación plástica producida, se genera un esfuerzo de compresión residual en el metal. Las huellas en las capas superiores (cerca de la superficie) originan esfuerzos de compresión, mientras que en las capas inferiores, los esfuerzos son de tensión, pero la magnitud de los esfuerzos de tensión es menos pronunciada que la causada por compresión.

Por tanto, las piezas que han recibido un granallado de endurecimiento superficial se han sometido a un esfuerzo preliminar antes de su utilización, que queda remanente. Esto es especialmente interesante cuando el esfuerzo al que estará sometida la pieza más tarde es de tracción, ya que la compresión previa de la superficie reduce las crestas de tracción en la misma. Además, dificulta la propagación de una grieta producida por cargas a fatiga. Esta es la razón por la que el granallado de endurecimiento superficial mejora la resistencia a los esfuerzos.

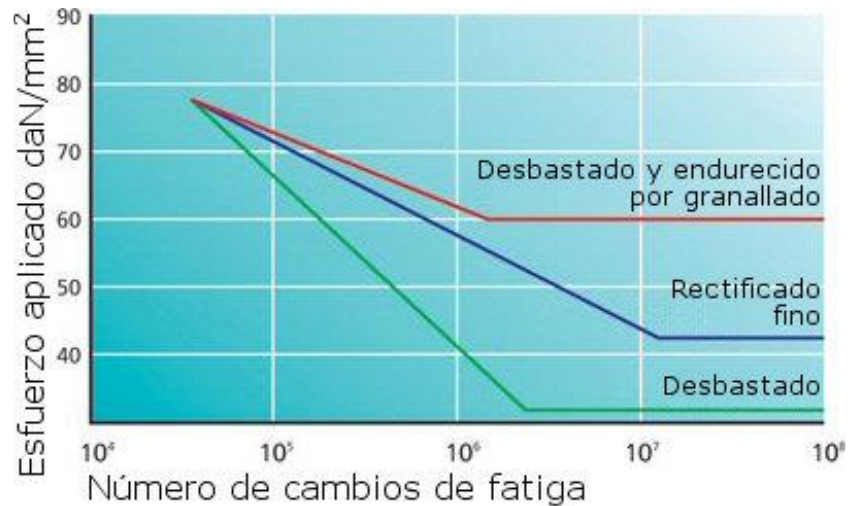


Figura 2.23. Comparativa de los diagramas S-N bajo distintos tratamientos

El granallado de endurecimiento superficial mejora significativamente las propiedades mecánicas de las piezas, aumento de la resistencia a esfuerzos de componentes sometidos a fatiga como se muestra en la figura 2.23. Las curvas S-N muestran la resistencia a la fatiga del material frente al número de ciclos de vida.

En el caso de resortes helicoidales, aumenta considerablemente la resistencia a la fatiga. En la figura 2.24 se muestra una porción de la curva S-N de un resorte helicoidal de compresión de 6 mm de diámetro de alambre fabricado en acero revenido en aceite (ASTM A229) granallado y sin granallar.

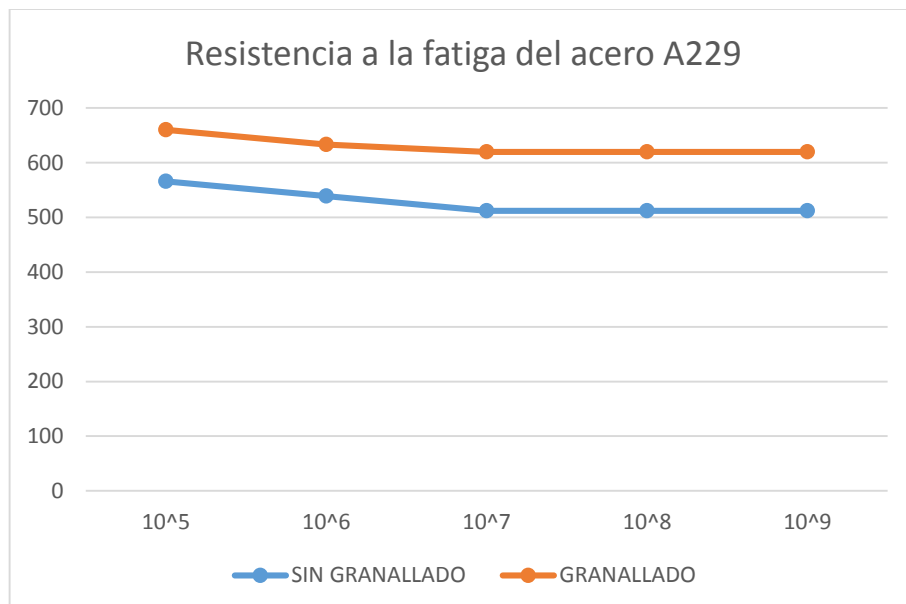


Figura 2.24. Curva S-N acero A229

## **CAPÍTULO 3. RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESIÓN**

En el primer punto de este capítulo se describen las principales características (funcionamiento, geometría, etc.) de los resortes helicoidales de compresión. En la segunda parte se desarrollan los esfuerzos a los que se someten este tipo de muelles, tanto a carga estática como a fatiga. Por último, se ofrecen los valores de resistencias utilizadas en el diseño de resortes helicoidales de compresión.

### **3.1 CONFIGURACIÓN DE LOS RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESIÓN**

En este apartado se describirá el principio de funcionamiento de este tipo de resorte, las características geométricas del mismo y las condiciones de los extremos.

#### ***3.1.1 Funcionamiento y geometría***

La función de un resorte de compresión es la de soportar una carga de compresión que provoca una deflexión en él, retornando posteriormente a su posición original sin sufrir una deformación permanente.

Si se aplica la *ley de Hooke* (ecuación 3.1):

$$F = k \cdot \delta \quad (\text{Ecuación 3.1})$$

Siendo  $F$  la fuerza de compresión,  $\delta$  la deflexión y  $k$  la constante elástica.

A esta constante elástica se le llama *razón de resorte o constante elástica del resorte*  $k$  y es la constante o línea característica de un resorte, que define el comportamiento elástico del mismo. Se suele expresar en N/mm o N/m.

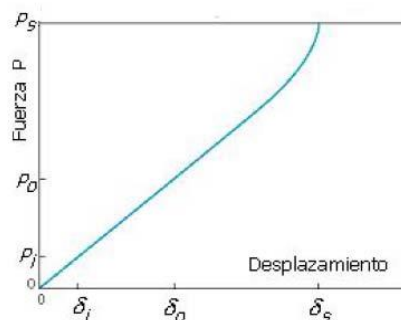


Figura 3.1. Gráfica relación fuerza-desplazamiento

A continuación, se van a enumerar los principales términos geométricos usados en el diseño de resortes helicoidales de compresión.

Los resortes que se estudiarán serán los construidos con alambre de sección circular, aunque también existen resortes con alambre cuadrado u ovalado.

La figura 3.2 y la figura 3.3 resumen los principales términos.

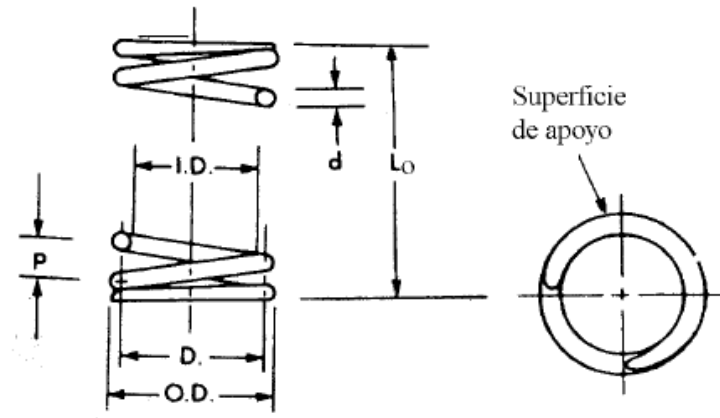


Figura 3.2. Representación de un resorte helicoidal de compresión

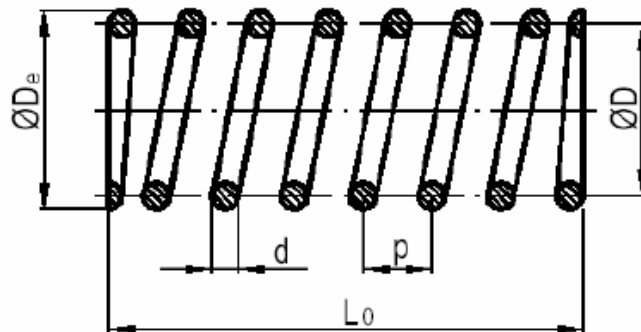


Figura 3.3. Representación seccionada de un resorte helicoidal de compresión

El **diámetro del alambre ( $d$ )** es uno de los factores de diseño más importantes de un resorte, puesto que los esfuerzos y la resistencia del mismo están en función de éste.

El diámetro está estandarizado, en una amplia gama de medidas. En la tabla 3.1, extraída de *Kenneth&McKee* se muestran los valores de diámetros normalizados que se pueden encontrar en el mercado.



Diámetros estandarizados (mm)					
Primera preferencia	Segunda preferencia	Tercera preferencia	Primera preferencia	Segunda preferencia	Tercera preferencia
0,10			2,50		
	0,11				2,60
0,12				2,80	
	0,14		3,00		
0,16					3,20
	0,18			3,50	
0,20					3,80
	0,22		4,00		
0,25					4,20
	0,28			4,50	
0,30					4,80
	0,35		5,00		
0,40				5,50	
	0,45		6,00		
0,50				6,50	
	0,55			7,00	
0,60					7,50
	0,65		8,00		
	0,70				8,50
0,80				9,00	
	0,90				9,50
1,00			10,00		
	1,10			11,00	
1,20			12,00		
		1,30		13,00	
	1,40		14,00		
1,60				15,00	
	1,80		16,00		
2,00					
		2,10			
	2,20				
		2,40			

Tabla 3.1. Diámetros de alambre estandarizados

Es posible definir tres diámetros de espira del resorte. El primero de ellos es el **diámetro exterior ( $D_e$ )**, el **diámetro interior ( $D_i$ )** y por último, siendo este el más usado en el cálculo, el **diámetro medio ( $D$ )**. La selección de estos diámetros dependerá de las necesidades geométricas o las solicitaciones de las cargas aplicadas. Es importante tener en cuenta que muchos resortes se montan en el interior de cilindros u orificios, o con algún vástago en su interior. El diámetro de la espira aumenta al comprimirse el resorte, por lo que se deben proporcionar holguras adecuadas para evitar problemas de fricción que lleven a un funcionamiento no deseado.

Definidos *diámetro medio*  $D$  y *diámetro del alambre*  $d$  se puede introducir un nuevo término importante y muy útil llamado **índice de resorte ( $C$ )** (ecuación 3.2), el cual es una medida de la curvatura de la espira.

$$C = \frac{D}{d} \quad (\text{Ecuación 3.2})$$

Las recomendaciones del valor del *índice de resorte* varían para cada autor, pero sí que es cierto que todos coinciden en que un índice de resorte demasiado bajo puede conllevar problemas en la fabricación y montaje del mismo, pudiendo generarse fracturas por la deformación severa, así como un índice de resorte elevado puede contribuir a la tendencia al pandeo del resorte.

*Hamrock y Juvinall* recomiendan que el índice de resorte esté comprendido entre los valores de 3 y 12, mientras que *Shigley* lo aproxima entre 6 y 12. *Robert L. Mott* recomienda que esté entre 5 y 12.

El **paso ( $p$ )** es la distancia, medida paralela al eje de la espira, desde el centro de una espira hasta el centro de la espira adyacente. En la forma más común de un resorte helicoidal de compresión un alambre se enrolla en una forma cilíndrica con paso constante entre las espiras adyacentes. El **ángulo de paso ( $\lambda$ )** o *ángulo de espaciamento* mide la inclinación de las espiras. Un ángulo elevado puede generar esfuerzos en el alambre indeseables, por lo que no suele recomendar que supere los 13°.

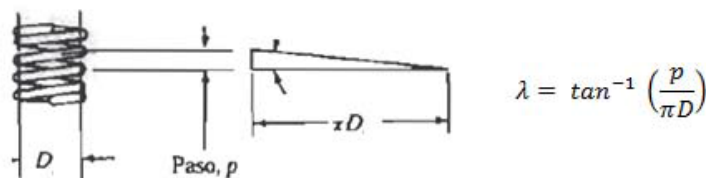


Figura 3.4. Representación de paso ( $p$ ) y ángulo de paso ( $\lambda$ )

El **número de espiras ( $N$ )** son el número de revoluciones del alambre. Si precisamos un poco, se define como **número de espiras activas ( $N_a$ )** a las espiras que soportan esfuerzos y **número de espiras totales ( $N_t$ )** como el total de espiras del resorte. La diferencia entre ambos valores da el **número de espiras de los extremos ( $N_e$ )** o *número de espiras inactivas*, que son las que no trabajan. Las espiras de los extremos no trabajan porque el estar en contacto con las piezas de apoyo no giran sobre sí mismas, por lo que no se torsionan. Los resortes se pueden enrollar a izquierdas o a derechas, siendo todos los términos igualmente válidos en ambos casos.

Se define **longitud libre ( $l_f$ )** como la longitud desde los extremos del resorte en reposo, sin ninguna compresión. Esta longitud es muy importante, ya que suele ser una de los

requisitos dimensionales más importantes en el diseño de resortes. La **longitud sólida ( $l_s$ )** es la longitud del resorte cuando todas las espiras adyacentes están en contacto, es decir, el muelle se encuentra completamente cerrado. Es raro encontrar resortes que trabajen con deflexiones tan grandes como para que el resorte llegue a su longitud sólida, pero aun así normalmente se suele diseñar el resorte para que aguante hasta dicha compresión.

Los resortes de compresión, habitualmente, suelen estar montados con cierta compresión inicial, para mejorar su sujeción o porque la aplicación o montaje lo requiere. Esto conlleva a que el resorte esté sometido a una fuerza de montaje o carga inicial aunque no esté en servicio.

De igual modo, se suelen definir las fuerzas a aplicar para conseguir cada una de las longitudes enumeradas. En la figura 3.5 se representan distintos niveles de compresión del resorte y las fuerzas correspondientes.

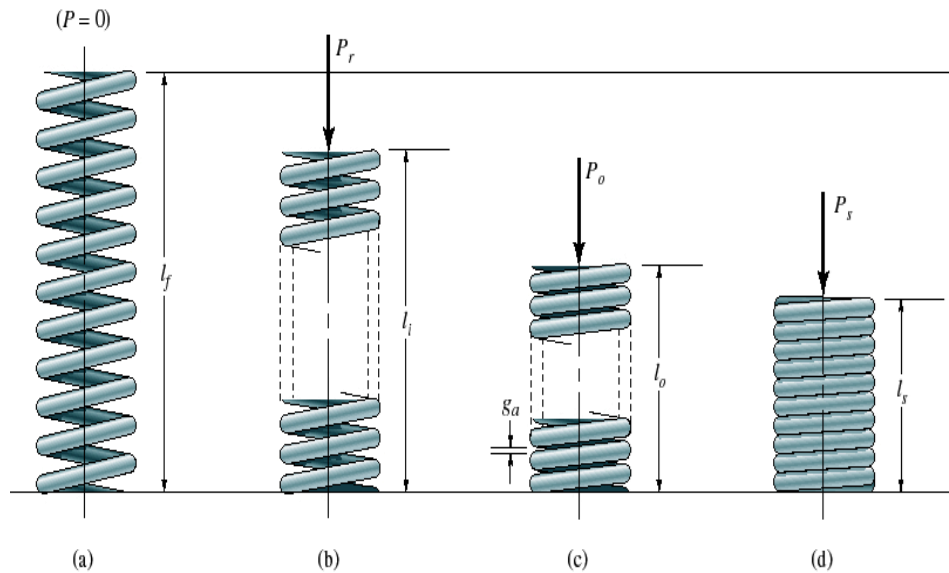


Figura 3.5. Varias longitudes y fuerzas aplicables a los resortes helicoidales de compresión a) sin carga; b) con carga inicial; c) con carga de operación; d) con carga sólida

En la figura 3.6 se representa la razón del resorte junto a las deflexiones características definidas en la figura 3.5. Se puede observar como para una deflexión cercana a la sólida la constante deja de ser lineal.

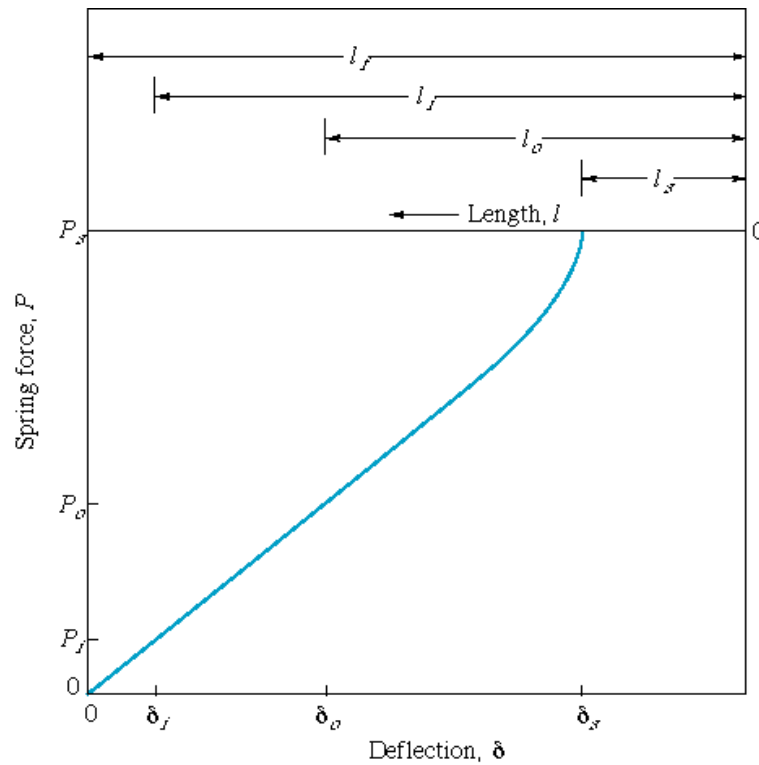


Figura 3.6. Representación de compresiones y fuerzas sobre la línea característica del resorte

### 3.1.2 Condiciones de los extremos

En esta clase de resortes, las cargas y las restricciones están aplicadas en los extremos del mismo, por lo tanto es muy importante un buen diseño de los mismos. En algunas ocasiones se introducen vástagos o placas para la sujeción.

En la figura 3.7 se ilustran los cuatro tipos de extremos que se suelen emplear en los resortes de compresión.

Un resorte con *extremos simples* tiene un helicoide continuo, siendo los extremos iguales que cualquiera de las espiras del cuerpo, con el ángulo de paso definido. Estos resortes tienen difícil aplicación sin otros elementos auxiliares para su sujeción, puesto que tienen una desfavorable superficie de contacto.

Un resorte con *extremos a escuadra o cerrados* se obtiene deformando los extremos hasta un ángulo de hélice de cero grados.

Los otros dos tipos de extremos son como los dos mencionados pero esmerilados o rectificadas, quedando así una superficie plana donde poder aplicar mejor las cargas. Para aplicaciones importantes, los resortes siempre deberían estar a escuadra y rectificadas, porque se obtiene de este modo una mejor transferencia de la carga.

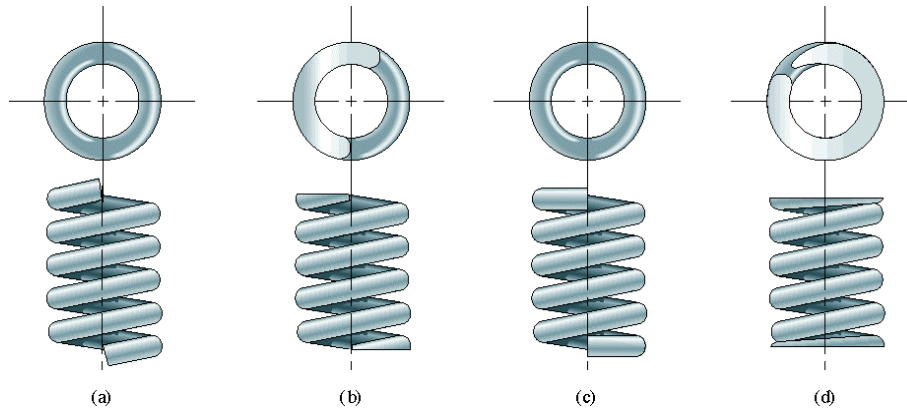


Figura 3.7. Cuatro tipos de extremos usados en los resortes de compresión a) simple b) simple y rectificado c) cuadrado d) cuadrado y rectificado

En la tabla 3.2 se indican fórmulas útiles para el cálculo del paso, longitud y números de espiras de resortes de compresión para las cuatro condiciones de extremos presentadas. Los valores de 0, 1, 2 y 3 para el número de espiras en los extremos se usa con frecuencia sin cuestionarlos, pero en algunas ocasiones debería ser necesario examinar algunos más a fondo, puesto que podrían no ser números enteros. Esto depende directamente del fabricante del resorte, puesto que el rectificado del extremo hace que el valor de las espiras en los extremos no sea uno de estos números, por lo que el resto de longitudes y características se modificarían. En este proyecto se basarán los cálculos en estas estimaciones.

TIPO DE EXTREMO DEL RESORTE				
Término	Simple	Simple y rectificado	A escuadra o cerrado	A escuadra y rectificado
<b>Número de espiras en los extremos, <math>N_e</math></b>	0	1	2	2
<b>Número total de espiras, <math>N_t</math></b>	$N_a$	$N_a+1$	$N_a+2$	$N_a+2$
<b>Longitud libre, <math>l_f</math></b>	$pN_a+d$	$p(N_a+1)$	$pN_a+3d$	$pN_a+2d$
<b>Longitud sólida, <math>l_s</math></b>	$d(N_t+1)$	$dN_t$	$d(N_t+1)$	$dN_t$
<b>Paso, <math>p</math></b>	$(l_f-d)/N_a$	$l_f/(N_a+1)$	$(l_f-3d)/N_a$	$(l_f-2d)/N_a$

Tabla 3.2. Fórmulas para calcular las dimensiones de resortes de compresión

### 3.2 ESFUERZOS EN RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESIÓN

En este punto se describirán los esfuerzos a los que se someten los resortes helicoidales de compresión, tanto en el caso de carga estática como en el caso de carga cíclica.

#### 3.2.1 Cargas sobre los resortes helicoidales de compresión

Si se atiende a la figura 3.8, se observa que el resorte de compresión hecho de alambre redondo está sometido a dos fuerzas iguales y opuestas  $F$ , encontrándose el mismo en equilibrio.

Seccionando una parte del alambre y sustituyendo el efecto de la fuerza  $F$  por las reacciones internas, se obtiene en dicha sección una fuerza cortante directa  $F$  y un par de torsión  $T=F \cdot D/2$ .

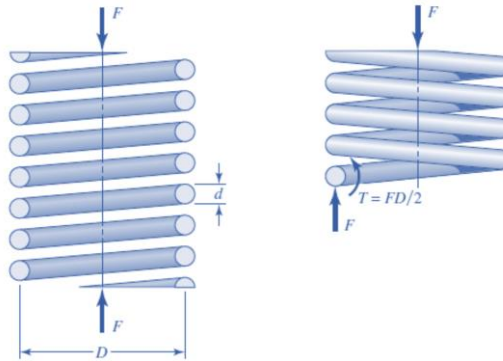


Figura 3.8. Resorte helicoidal con carga axial y diagrama de cuerpo libre

#### 3.2.2 Esfuerzo cortante de torsión. Efecto de la curvatura

Los esfuerzos en el alambre se pueden calcular como la superposición de un esfuerzo cortante directo y un esfuerzo cortante torsional.

El esfuerzo cortante máximo causado por el par de torsión  $T=F \cdot D/2$  o  $T=F \cdot R$  se puede definir, suponiendo que la sección transversal del alambre es circular, como:

$$\tau_{t,max} = \frac{c \cdot T}{J} = \frac{d \cdot T \cdot 32}{2 \cdot \pi \cdot d^4} = \frac{16 \cdot F \cdot R}{\pi \cdot d^3} = \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \quad (\text{Ecuación 3.3})$$

$D$  = Diámetro medio de la espira

$d$  = Diámetro del alambre

Este esfuerzo máximo se produce en la superficie o la periferia de la sección del alambre.

El esfuerzo cortante transversal (también denominado directo) que actúa sobre el alambre, se puede aproximar a:

$$\tau_{d,max} = \frac{F}{A} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2} \quad (\text{Ecuación 3.4})$$

El esfuerzo cortante máximo que resulta de la suma de los esfuerzos cortantes de torsión y transversal. En la figura 3.8a) se tiene la representación del cortante debido a torsión, en 3.8b) el cortante directo y en 3.8c) la combinación de ambos esfuerzos.

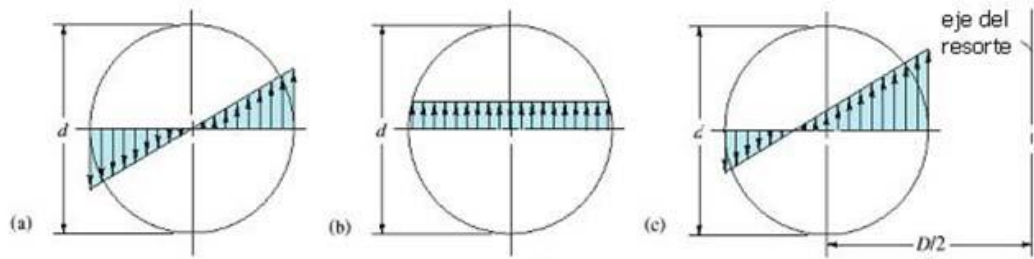


Figura 3.8. Diagrama de esfuerzos cortantes que actúan sobre el alambre

En el interior de la espira, el valor del cortante es el máximo, ya que se suman los dos esfuerzos cortantes, mientras que en el exterior se restan. El cortante máximo, por lo tanto, es:

$$\begin{aligned} \tau_{max} &= \tau_{t,max} + \tau_{d,max} = \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} + \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2} \\ \tau_{max} &= \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \left(1 + \frac{d}{2 \cdot D}\right) \end{aligned} \quad (\text{Ecuación 3.5})$$

El término  $(1+d/2 \cdot D)$  se puede simplificar y dejar en función del índice de resorte  $C$ , quedando en  $(C+0,5)/C$ . A este término se le denomina *factor del cortante transversal* y se denota como  $k_d$ .

$$k_d = \frac{C+0,5}{C} = 1 + \frac{0,5}{C} \quad (\text{Ecuación 3.6})$$

Cualquier contribución del término del cortante transversal haría que el factor de cortante transversal fuese mayor que 1.

La ecuación 3.5 se puede a volver a escribir como:

$$\tau_{max} = \frac{8 \cdot F \cdot k_d \cdot D}{\pi \cdot d^3} \quad (\text{Ecuación 3.7})$$

Este criterio es el seguido por muchos autores como *Hamrock* o *Shigley*, pero otros, como *Robert C. Juvinall*, proponen una modificación en este factor.

Según *Juvinall*, un análisis exacto indica que el esfuerzo cortante transversal que actúa sobre un elemento en el diámetro interno de la espira es de  $1,23F/A$ .

La ecuación 3.5 quedaría:

$$\tau_{max} = \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \left( 1 + \frac{1,23 \cdot d}{2 \cdot D} \right) = \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \left( 1 + \frac{1,23 \cdot 0,5}{C} \right) \quad (\text{Ecuación 3.8})$$

El último término de la anterior ecuación es el *factor del cortante transversal* al que el autor designa como  $k_s$ . Las diferencias entre ambos factores son mínimas.

$$k_s = \frac{C+0,615}{C} = 1 + \frac{0,615}{C} \quad (\text{Ecuación 3.9})$$

Anteriormente se vio la influencia del cortante directo en la tensión máxima en el interior del alambre. A continuación se va a estudiar la trascendencia de la curvatura del alambre en el esfuerzo cortante máximo.

El hecho de que un resorte se pueda considerar como una “barra de torsión” devanada para formar una hélice implica que exista un incremento en la intensidad del esfuerzo torsional debido a la curvatura de dicha “barra de torsión” enrollada.

El par de torsión transmitido a través de la barra de torsión curvada produce un grado de rotación entre los planos  $m$  y  $n$  definidos en la figura 3.9. Este grado se distribuye en una longitud  $ab$  en el interior de la espira y en la longitud mayor  $cd$  en el exterior. Esto da lugar al gradiente de esfuerzo mostrado. La severidad de este efecto es mayor para valores de índice de resorte pequeños.

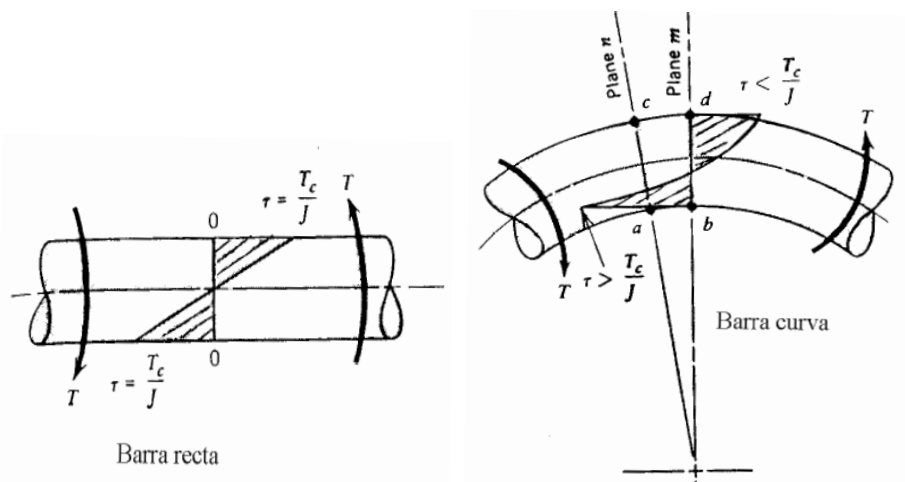


Figura 3.9. Representación de la influencia de la curvatura sobre el esfuerzo cortante



La curvatura del alambre incrementa el esfuerzo en el interior del resorte y lo disminuye solo un poco en el exterior, como se muestra en la figura 3.10.

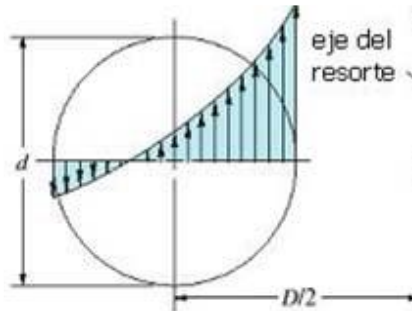


Figura 3.10. Esfuerzo combinado teniendo en cuenta el esfuerzo de la curvatura

El primer análisis reconocido generalmente de los efectos de curvatura y de cortante transversal fue publicado por A. M. Wahl. Este análisis implicaba la deducción de la ecuación para un factor llamado *factor de Wahl*  $K_w$  (ecuación 3.10), con el que poder mayorar el esfuerzo cortante de la ecuación 3.7 para dar el esfuerzo cortante máximo en el interior del resorte.

$$k_w = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0,615}{C} \quad (\text{Ecuación 3.10})$$

McKee simplifica la expresión para el *factor de Wahl* y propone:

$$k_w = 1,60C^{-0,140} \quad (\text{Ecuación 3.11})$$

El segundo término de este factor (ecuación 3.10) es el mismo que el propuesto por Juvinal. Si se analizan los dos factores, se comprueba que lo que hizo Juvinal fue igualar el primer término del *factor de Wahl* a 1 para anular la influencia de la curvatura y poder definir solo la debida al cortante directo.

Decker o Shigley utilizan otro factor que también tiene en cuenta la concentración de esfuerzos por la curvatura y la influencia del cortante directo llamado *factor de Bergsträsser*  $K_B$ .

$$k_B = \frac{4C+2}{4C-3} \quad (\text{Ecuación 3.12})$$

Las diferencias entre ambos factores son mínimas, difiriendo los resultados entre ambos entorno a un 1%.

Hasta ahora se han visto dos clases de factores: factores de cortante directo y factores de curvatura (que también incluyen el efecto del cortante directo).

Shigley introduce la posibilidad de obtención de un factor corrector por curvatura cancelando el efecto del cortante directo aunque no es muy usado. Para ello, aplica la siguiente expresión:

$$k_c = \frac{k_B}{k_d} = \frac{2C(4C+2)}{(4C-3)(2C+1)} \quad (\text{Ecuación 3.13})$$

Hasta este momento se han definido cinco tipos de factores correctores, que se pueden diferenciar en tres grupos, según la corrección que aplican sobre el esfuerzo cortante. La siguiente expresión es la ecuación 3.7 reescrita para cualquiera de los factores de corrección.

$$\tau_{max} = \frac{8 \cdot F \cdot k \cdot D}{\pi \cdot d^3}$$

$$k_d = 1 + \frac{0,5}{C}$$

$$k_s = 1 + \frac{0,615}{C}$$

Estos dos factores corrigen el esfuerzo cortante teniendo en cuenta el cortante transversal. No consideran la concentración de esfuerzos debido a la curvatura del alambre y se suelen aplicar en carga estática. En las bibliografías consultadas es de uso más extenso  $K_d$ .

$$k_w = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0,615}{C}$$

$$k_B = \frac{4C+2}{4C-3}$$

Tanto el *factor de Wahl* como el *factor de Bergsträsser* tienen en cuenta la concentración de esfuerzos y el cortante transversal. Algunos autores prefieren el uso del segundo por su simplicidad. Se usan en los cálculos a fatiga y algunos autores también los utilizan en carga estática.

$$k_c = \frac{k_B}{k_d} = \frac{2C(4C+2)}{(4C-3)(2C+1)}$$

Este factor tiene solo en cuenta el efecto de la curvatura suprimiendo la influencia del cortante directo. Su uso es poco habitual.

En la figura 3.11 se muestra la representación gráfica de los factores anteriormente mencionados respecto al índice del resorte. Se puede observar como las diferencias entre el *factor de Wahl* y el *factor de Bergsträsser* son mínimas.

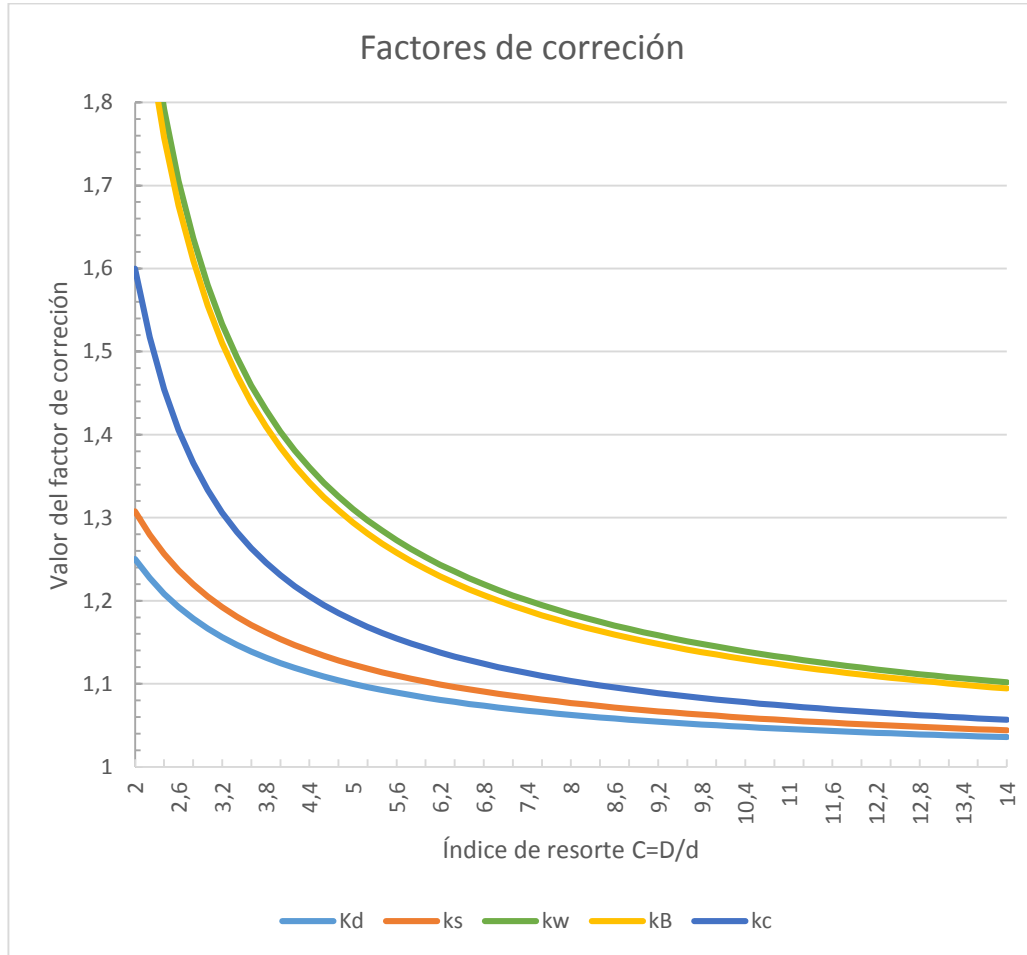


Figura 3.11. Representación gráfica de los factores de corrección

La selección del factor a aplicar corre a cargo del diseñador, ya que no hay ningún consenso. Muchos de los libros de diseño de elementos de máquinas suelen mantener, comúnmente, el criterio de que para una carga estática en materiales dúctiles no se toma en cuenta la concentración de esfuerzos. En caso de carga estática los esfuerzos pueden despreciarse debido al endurecimiento por deformación con la primera aplicación de la carga.

Por lo tanto, es frecuente que para el cálculo a carga estática se apliquen los factores  $K_s$  y  $K_d$ . Para el cálculo a cargas cíclicas sí se deben tener en cuenta los efectos de la concentración de esfuerzos, por lo que se aplican los factores  $K_B$  y  $K_W$ . *Robert L. Mott* utiliza en todo caso el *factor de Wahl* tanto para carga estática como carga cíclica. *Shigley* hace lo mismo con el factor de Bergsträsser. Esto da un mayor margen en el factor de seguridad, haciendo más fiable el diseño.

### 3.2.3 Criterio de fallo a carga estática

Se define carga estática como la carga que se aplica de manera gradual y en la que el equilibrio se alcanza en un tiempo relativamente corto, permaneciendo constante en magnitud y dirección. En el caso de un resorte, además, la carga, a efectos de cálculo, se considera que está concentrada en un punto. En la realidad esto no es así, ya que siempre esa carga se distribuye en el extremo del muelle.

Para realizar las comprobaciones a carga estática tenemos que aplicar algún criterio de fallo. Como estamos trabajando con resortes, será una teoría para materiales dúctiles (criterios de fluencia). Las dos teorías utilizadas habitualmente son:

- Esfuerzo cortante máximo o Tresca (TECM)
- Energía de distorsión o Von Mises (TED)

#### **Teoría del esfuerzo cortante máximo (TECM)**

Esta teoría estipula que la fluencia comienza cuando el esfuerzo cortante máximo de cualquier elemento iguala al esfuerzo cortante máximo en una pieza de ensayo a tensión del mismo material cuando esa pieza comienza a fluir.

Se puede definir, analíticamente, como:

$$\tau_{max} = \frac{S_y}{2 \cdot \eta} \quad (\text{Ecuación 3.13})$$

Y su representación gráfica:

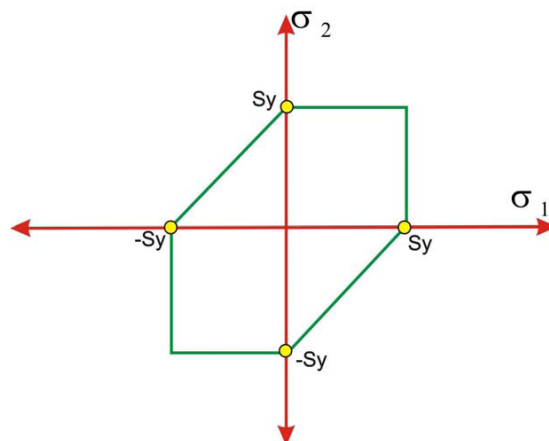


Figura 3.12. Representación gráfica de TECM

### Teoría de la energía de distorsión o Von Mises (TED)

Predice que la falla por fluencia ocurre cuando la energía de deformación total por unidad de volumen alcanza o excede la energía de deformación por unidad de volumen correspondiente a la resistencia a fluencia en tensión o en compresión del mismo material. Predice la fluencia bajo cargas combinadas con mayor exactitud que cualquier otra teoría reconocida (aunque las diferencias entre la TED y la TECM son pequeñas).

La definición analítica es:

$$\sigma_{Von\ Mises} \geq \frac{S_y}{\eta} \quad (\text{Ecuación 3.14})$$

Como es un estado de tensiones biaxial:

$$\sigma_{Von\ Mises} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (\text{Ecuación 3.15})$$

Si se tiene en cuenta que en el alambre de un resorte la componente normal de la tensión es nula (solo existe cortante), la tensión de Von Mises se puede expresar como:

$$\sigma_{Von\ Mises} = \sqrt{3} \cdot \tau_{max} \quad (\text{Ecuación 3.16})$$

La representación gráfica es:

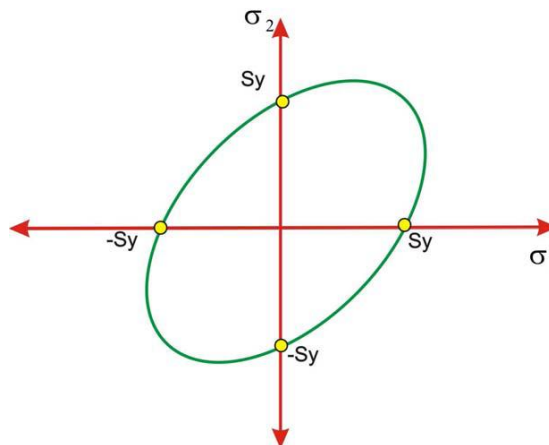


Figura 3.13. Representación gráfica de TED

La selección del criterio o teoría de fallo suele generar una gran incertidumbre en el diseñador, ya que en muchas ocasiones más de una es aplicable y todas tienen diferencias significativas y sustanciales.

Pruebas de torsión, usadas para desarrollar una condición de cortante puro en un material dúctil, han mostrado que la teoría de la energía de distorsión máxima da resultados más precisos para la falla por cortante puro que la teoría del esfuerzo cortante máximo. De hecho, en alguna bibliografía se sostiene que la teoría de la energía de distorsión máxima es un 15% más precisa que las predicciones dadas por la teoría del esfuerzo cortante máximo.

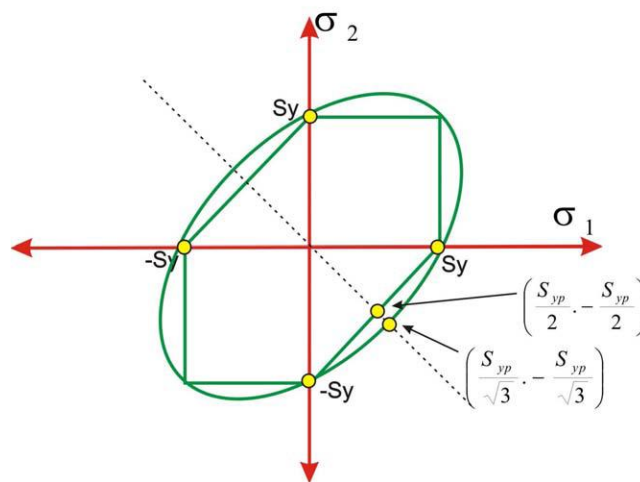


Figura 3.14. Comparativa entre TECM y TED

Para el cálculo y diseño de resortes se suele aplicar la *Teoría del esfuerzo cortante* máximo, debido a su simplicidad matemática y por tratarse de una teoría más conservadora que la *Teoría de la energía de distorsión*.

La particularidad es que directamente compararemos la *resistencia a la fluencia por cortante*  $S_{sy}$  con el esfuerzo cortante máximo (ecuación 3.17).

$$\eta = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}} \quad (\text{Ecuación 3.17})$$

### 3.2.4 Deflexión, estabilidad y oscilación en resortes

A continuación se va a hablar de la deflexión, estabilidad y oscilación en resortes helicoidales de compresión, así como el método de cálculo.

#### Deflexión

Se pueden obtener las relaciones deflexión-fuerza mediante el *teorema de Castigliano*. La energía total de deformación de un resorte helicoidal está formada por una componente de cortante (ecuación 3.18) y una de torsión (ecuación 3.19). De acuerdo con dichas ecuaciones:

$$U = \frac{F^2 l}{2AG} \quad (\text{Ecuación 3.18})$$

$$U = \frac{T^2 l}{2GJ} ; \text{ Torsión} \quad (\text{Ecuación 3.19})$$

La energía de deformación es:

$$U = \frac{F^2 l}{2AG} + \frac{T^2 l}{2GJ} \quad (\text{Ecuación 3.20})$$

Sustituyendo  $T=FD/2$ ,  $l=\pi DN$ ,  $J= \pi d^4/32$  y  $A= \pi d^2/4$  resulta:

$$U = \frac{4F^2 D^3 N}{d^4 G} + \frac{2F^2 DN}{d^2 G} \quad (\text{Ecuación 3.21})$$

Donde  $N=N_a$  (número de espiras activas). Después, aplicando el *teorema de Castigliano* para encontrar la deflexión total se obtiene:

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{8FD^3 N}{d^4 G} + \frac{4FDN}{d^2 G} \quad (\text{Ecuación 3.22})$$

Como  $C=D/d$ :

$$\delta = \frac{8FD^3 N_a}{d^4 G} \left(1 + \frac{1}{2C^2}\right) \quad (\text{Ecuación 3.23})$$

El término  $\frac{1}{2C^2}$  siempre va a ser muy cercano a cero, por lo que se puede despreciar, obteniendo finalmente que la deflexión en un resorte es:

$$\delta = \frac{8FD^3N_a}{d^4G} \quad (\text{Ecuación 3.24})$$

Atendiendo a la definición de *constante o razón de resorte*:

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{d^4G}{8D^3N_a\left(1+\frac{0,5}{C^2}\right)} \quad (\text{Ecuación 3.25})$$

De igual modo que se hizo en la ecuación 3.24, la ecuación 3.25 se puede reescribir como:

$$k = \frac{d^4G}{8D^3N_a} = \frac{dG}{8C^3N_a} \quad (\text{Ecuación 3.26})$$

La *constante elástica o razón de resorte*  $k$  en un resorte helicoidal de compresión estándar con paso constante es lineal en la mayor parte de su rango de operación. Con paso variable, al comprimirse, hay espiras que entran en contacto, disminuyendo así el número de espiras activas y aumentando la rigidez del resorte.

La figura 3.15 muestra el comportamiento de un muelle de 3N/mm de razón de resorte. En el eje de abscisas se muestra la deflexión, mientras que en el de ordenadas se muestra la fuerza.

Se puede deducir después de esto que el esfuerzo máximo en un resorte aparecerá en la máxima compresión de funcionamiento o cuando éste esté completamente cerrado, siendo su longitud la llamada longitud sólida y la deflexión máxima. Normalmente, sin tener en cuenta el montaje, los resortes no se suelen diseñar para trabajar en valores de deflexión tan altos. No conviene que se cierre totalmente ya que aparecen esfuerzos de contacto entre las espiras.





Figura 3.15. Relación Fuerza-Deflexión para un resorte de una razón lineal de 3 N/mm

#### Estabilidad. Pandeo en resortes helicoidales de compresión

Los resortes de compresión relativamente largos se deben verificar por alabeo o pandeo. En la figura 3.16, extraída del *Hamrock*, se presentan las condiciones críticas de alabeo para extremos paralelos y no paralelos. La deflexión crítica donde el alabeo empezará a ocurrir se puede determinar por medio de esta figura. Si el alabeo constituye un problema, se puede prevenir colocando el resorte en un agujero o sobre una varilla. Sin embargo, las espiras que rozan con estas guías tomarán algo de la fuerza del resorte, reduciendo así la carga transmitida en los extremos de los resortes.

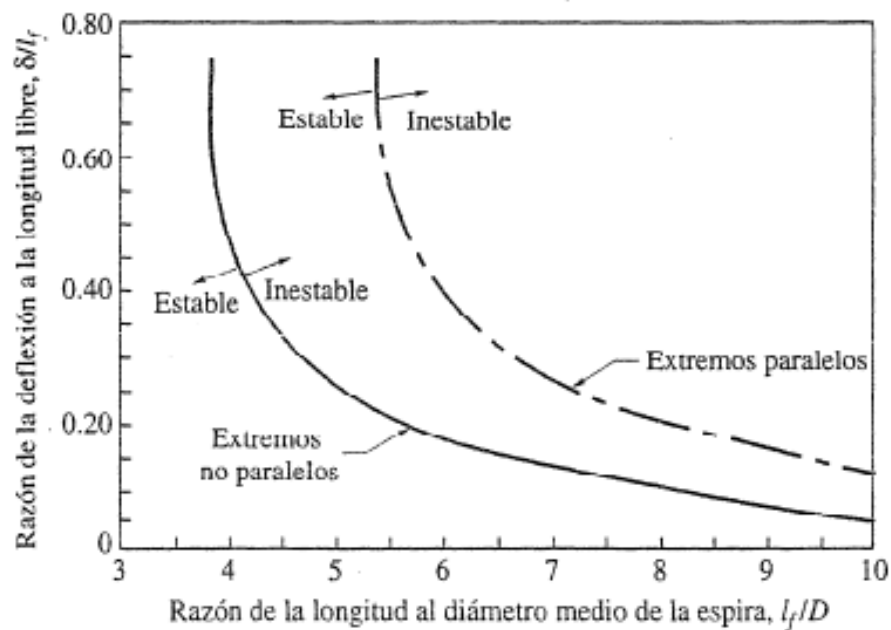


Figura 3.16. Condiciones críticas de alabeo para resortes de compresión. Hamrock

Robert L. Mott ofrece otra figura 3.17, similar a la de Hamrock. En este caso, la curva A corresponde a la condición de extremos fijos, la B a uno fijo y otro atornillado y la curva C a ambos extremos atornillados.

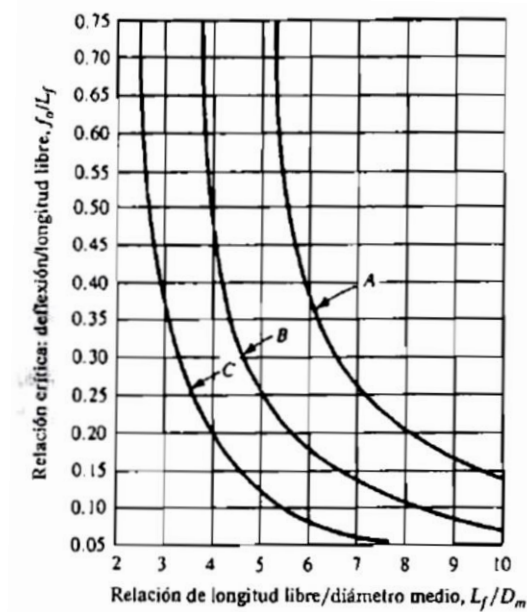


Figura 3.17. Condiciones críticas de alabeo para resortes de compresión. Robert L. Mott

Una visión más completa de la evaluación de la estabilidad de un resorte la plantea Shigley. Propone que la *deflexión crítica* a la cual un resorte helicoidal de compresión experimentará alabeo es:

$$\delta_{cr} = L_f C_1' \left[ 1 - \left( 1 - \frac{C_2'}{\lambda_{ef}^2} \right)^{1/2} \right] \quad (\text{Ecuación 3.27})$$

Donde  $\delta_{cr}$  es la deflexión correspondiente al inicio de la inestabilidad. El término  $\lambda_{ef}$  de la ecuación es la relación de *esbeltez efectiva* y está dada por la ecuación 3.28.

$$\lambda_{ef} = \frac{\alpha L_f}{D} \quad (\text{Ecuación 3.28})$$

La *constante de condición de los extremos*  $\alpha$  depende de cómo se soporten los extremos de los resortes. En la tabla 3.3 se proporcionan los valores de  $\alpha$  de las condiciones usuales de los extremos.

Condición de extremo	Constante $\alpha$
Resorte apoyado entre superficies planas paralelas (extremos fijos)	0,5
Un extremo apoyado por una superficie plana perpendicular al eje del resorte (fijo); el otro extremo con pivote (articulado)	0,707
Ambos extremos con pivote (articulados)	1
Un extremo sujeto; el otro libre	2

Tabla 3.3. Constante  $\alpha$  para distintas condiciones de extremos

\*Los extremos apoyados por superficies planas deben estar a escuadra y esmerilados.

$C'_1$  y  $C'_2$  son las constantes elásticas y se definen mediante las ecuaciones 3.29 y 3.30:

$$C'_1 = \frac{E}{2(E-G)} \quad (\text{Ecuación 3.29})$$

$$C'_2 = \frac{2\pi^2(E-G)}{2G+E} \quad (\text{Ecuación 3.30})$$

La estabilidad absoluta se presenta cuando, en la ecuación el término  $\frac{C'_2}{\lambda_{ef}^2}$  es mayor que la unidad. Ello significa que la condición de estabilidad absoluta es:

$$L_f < \frac{\pi D}{\alpha} \left[ \frac{2(E-G)}{2G+E} \right]^{1/2} \quad (\text{Ecuación 3.31})$$

En el caso de acero, resulta en

$$L_f < 2,63 \frac{D}{\alpha} \quad (\text{Ecuación 3.32})$$

### **Oscilación. Frecuencia crítica de resortes helicoidales**

Otro aspecto importante a tener en cuenta en el diseño de resortes es la oscilación. Esta es una vibración longitudinal o pulso de compresión, que pasa por las espiras a los extremos donde se refleja y regresa. Si la frecuencia del material del resorte es cercana a la frecuencia de la carga aplicada, puede conllevar que esa oscilación perdure, ocurriendo entonces el fenómeno de resonancia, tan indeseable en el diseño de elementos de máquinas. En la figura 3.18 se muestra un fallo causado por la resonancia.

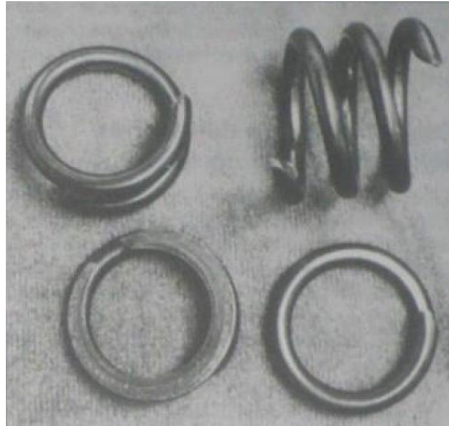


Figura 3.18. Fallo causado por una oscilación en un resorte de válvula de un motor

Para calcular las frecuencias armónicas, naturales, de un resorte colocado entre dos placas planas y paralelas, en radianes por segundo, se aplica:

$$\omega = m\pi \sqrt{\frac{kg}{W}} \quad m=1,2,3... \quad (\text{Ecuación 3.33})$$

Donde la frecuencia fundamental se determina para  $m=1$ , la segunda armónica para  $m=2$ , y así sucesivamente. Normalmente, lo realmente interesante es hallar la frecuencia en ciclos por segundo; como  $\omega=2\pi f$ , se tiene, para la frecuencia fundamental en hercios:

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{kg}{W}} \quad (\text{Ecuación 3.34})$$

$k$ : razón de resorte

$g$ : gravedad

$W$ : peso

(Todas las unidades en SI)

Suponiendo que los extremos del resorte siempre están en contacto con las placas.

Wolford y Smith demuestran que la frecuencia está dada por:

$$f = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{kg}{W}} \quad (\text{Ecuación 3.35})$$

Donde el resorte tiene un extremo apoyado contra una placa plana y el otro está libre.

El peso de la parte activa de un resorte helicoidal es:

$$W = AL\gamma = \frac{\pi d^2}{4}(\pi DN_a)(\gamma) = \frac{\pi^2 d^2 DN_a \gamma}{4} \quad (\text{Ecuación 3.36})$$

$\gamma$  = peso específico (acero 76.930 N/m<sup>3</sup>)

Según recomendación, la frecuencia crítica fundamental debe ser de 15 a 20 veces la frecuencia de la fuerza o movimiento del resorte, con objeto de evitar la resonancia con las armónicas. Si la frecuencia no resulta suficientemente alta, el resorte tiene que diseñarse de nuevo para incrementar  $k$  o disminuir  $W$ .

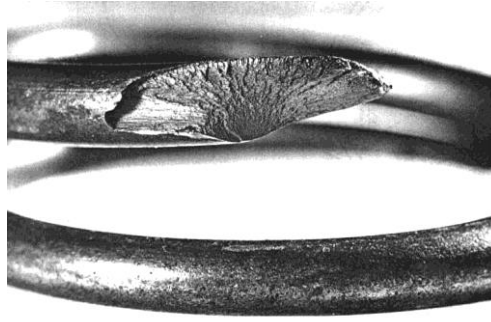
### 3.2.5 Diseño por resistencia a carga dinámica

Muchas de las solicitaciones que actúan sobre los componentes de máquinas son variables a lo largo del tiempo. De hecho, la hipótesis de carga estática es una idealización que no se corresponde con la realidad, pues no existen solicitaciones estrictamente estáticas. No obstante, hay muchas situaciones en las cuales conviene realizar análisis estructurales de equilibrio estático, con lo que se obtienen unas soluciones suficientemente aproximadas con bajo coste y simplicidad.

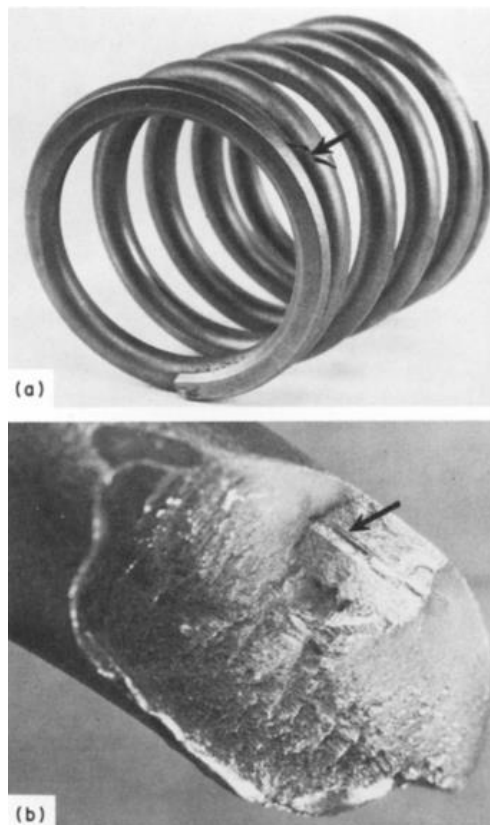
En el caso de solicitaciones estáticas, las teorías de fallo y de la fractura proporcionan una interpretación de los efectos que las tensiones resultantes de un análisis producen sobre el material, mediante la comparación con los resultados de unos ensayos relativamente sencillos, como por ejemplo el de tracción. Sin embargo, cuando las cargas son aplicadas durante un determinado número de ciclos, el comportamiento del material es diferente y no puede ser analizado con los criterios estáticos, salvo que un estudio detallado del problema en cuestión lo permita. El comportamiento con tensiones variables debe ser estudiado a partir de los métodos del *Análisis de fatiga*, pudiendo ser contemplados como unas “teorías de fallo” a utilizar en caso de tensiones variables en el tiempo.

Algunos factores que afectan la fatiga son tales como la naturaleza de la carga aplicada, el material, el estado superficial de la pieza, la concentración de esfuerzos, la temperatura, el tamaño, etc.

Si un componente está repetidamente sometido a cargas de suficiente magnitud, se formará eventualmente alguna grieta o grietas en alguna región con una concentración de tensiones, normalmente en la superficie, y progresará gradualmente a través del material hasta producir la fractura total. Otra fuente principal de fatiga es la falta de homogeneidad de los materiales como precipitados, poros, bordes de grano, etc. Todos los materiales están llenos de imperfecciones de muchos tipos, de modo tal que ningún material puede ser considerado perfectamente homogéneo.



*Figura 3.19. Detalle de un fallo por fatiga en un resorte helicoidal*



*Figura 3.20. a) Zona de fallo por fatiga b) Detalle de fractura y propagación de la grieta*

En muchos casos hay que analizar elementos de máquina que han fallado bajo la acción de esfuerzos repetidos o fluctuantes y, sin embargo, después de un análisis se descubre que los esfuerzos máximos reales fueron inferiores a la resistencia última del material y, muchas veces, aún menores que la resistencia de fluencia. Este sería el caso de un fallo por fatiga.

Una de las características más notable de los fallos por fatiga es la falta de deformación en la región de las fracturas, incluso en materiales dúctiles como el acero. No hay ningún indicio de un fallo inminente, las grietas producidas por fatiga son generalmente finas y dificultan su detección y una vez que se han desarrollado a tamaño macroscópico pueden

difundirse y causar la fractura completa en un tiempo corto. Es común encontrar que las grietas de fatiga se originan en alguna discontinuidad superficial, debido a la concentración de esfuerzos. En el caso de carga estática no se tiene en cuenta dicha concentración porque tales concentraciones de tensiones se liberan por deformación plástica, pero sí que es imprescindible tenerla en cuenta en el diseño por carga dinámica.

La importancia del cálculo a fatiga en resortes es esencial, ya que por su naturaleza de funcionamiento y aplicación, son elementos sometidos normalmente a cargas fluctuantes en el tiempo. En el caso, por ejemplo, de válvulas de motores de combustión interna alternativos, deben soportar millones de ciclos de carga sin fallar.

### 3.2.5.1 Esfuerzos cíclicos

A menudo, los esfuerzos fluctuantes sobre la maquinaria se pueden representar con la forma de un patrón sinusoidal para así simplificar su representación. Sin embargo, también ocurren otro tipo de patrones, algunos de ellos muy irregulares. Se ha determinado que en los patrones periódicos que presentan un solo máximo y un solo mínimo de la fuerza, la forma de la onda no resulta fundamental, pero los picos en el lado alto (máximo) y en el lado bajo (mínimo) son importantes. En consecuencia, los valores de fuerza máxima y mínima en un ciclo de esfuerzo se emplean para caracterizar el patrón de la fuerza. Con estos valores se pueden definir dos componentes imprescindibles en el cálculo a fatiga, la *componente media*  $F_m$  y la *componente alternante*  $F_a$  de la fuerza.

$$F_a = \frac{F_{max} - F_{min}}{2} \quad (\text{Ecuación 3.37})$$

$$F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2} \quad (\text{Ecuación 3.38})$$

Con las componentes alternante y media de la fuerza se pueden calcular los esfuerzos alternantes  $\sigma_a$  y medios  $\sigma_m$  a los que se somete la pieza. En el caso de resortes (figura 3.21), como se examina un esfuerzo cortante, se puede expresar en esa forma ( $\tau_a$ ,  $\tau_m$ ).

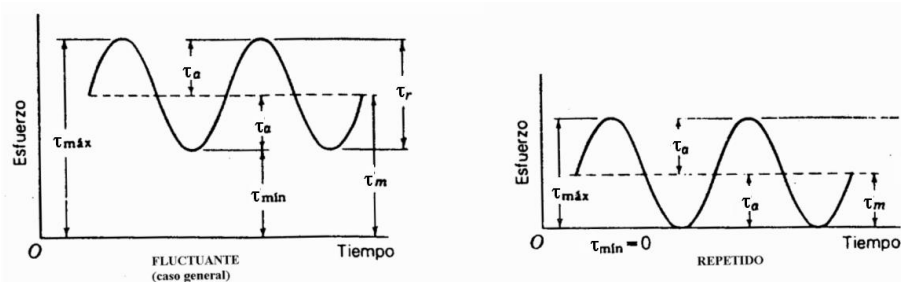


Figura 3.21. Representación de esfuerzos fluctuantes en resortes helicoidales de compresión

Los resortes no se usan a la vez como resortes de compresión y tracción, por lo que con carga variable no presentarán inversión del esfuerzo. En el caso más desfavorable, el esfuerzo fluctuará entre un mínimo no nulo y un máximo.

El *rango de esfuerzo* es la diferencia entre el esfuerzo máximo y el esfuerzo mínimo

$$\tau_r = \tau_{max} - \tau_{min} \quad (\text{Ecuación 3.39})$$

Se define *relación de esfuerzo* a la relación de amplitudes del esfuerzo mínimo y máximo

$$R = \frac{\tau_{min}}{\tau_{max}} \quad (\text{Ecuación 3.40})$$

La *relación de amplitud* es la relación entre la amplitud del esfuerzo y el esfuerzo medio.

$$A = \frac{\tau_a}{\tau_m} \quad (\text{Ecuación 3.41})$$

Generalmente los resortes helicoidales de compresión se encuentran montados con cierta compresión, es decir, soportan una fuerza  $F_s$  que los comprime, que actúa aunque la máquina esté en reposo. Esta fuerza genera un esfuerzo cortante en el alambre que a efectos de cálculo se considera como una precarga. Si se reescribe la ecuación 3.7 para este caso, queda:

$$\tau_s = \frac{8F_s kD}{\pi d^3}$$

En el caso de que exista esta compresión de montaje mencionada, la fuerza ejercida por el resorte debido a la deflexión citada, se considerará como la fuerza mínima que soporta.

En este proyecto solo se estudiarán esfuerzos cíclicos en sucesos de amplitud constante, aunque eso es difícil que se cumpla en la realidad, ya que es más habitual que los sucesos sean de amplitud variable e incluso con interacciones aleatorias entre ellos.

### **3.2.5.2 Resistencia a la fatiga y diagramas S-N**

Como la fatiga es básicamente un fenómeno de acumulación de daño, los defectos iniciales tienen un gran efecto sobre el comportamiento del material. Todos los procesos de fabricación producen numerosos defectos en el material o la pieza, de modo que es muy difícil aplicar un enfoque analítico para obtener las resistencias a la fatiga por medio de principios básicos. Por ello, la mayoría del conocimiento acerca de la fatiga del material se basa en la experimentación.



Se realiza una serie de pruebas para establecer la resistencia a la fatiga de un modelo, el más habitual, por su sencillez y moderado coste, es el denominado *ensayo de viga rotatoria*. Se aplica un esfuerzo de flexión pura totalmente alternante a una probeta mecanizada en rotación. De este modo se obtiene experimentalmente la resistencia a la fatiga del material estudiado.

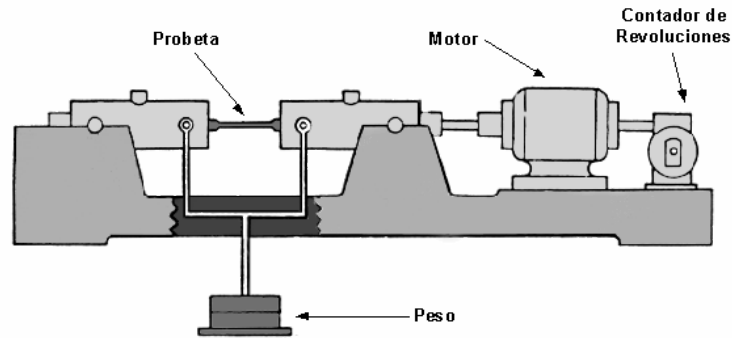


Figura 3.22 Esquema del ensayo de viga rotatoria

La determinación experimental del límite a la fatiga es un proceso costoso y laborioso. *Manson-Coffin* demostró que la vida a la fatiga dependerá de la resistencia a la fractura del material, durante un solo ciclo de carga. Lo anterior sugiere una posible relación entre la resistencia estática del material y la resistencia a la fatiga. Por ello, se suelen presentar los valores de resistencia a la fatiga como un porcentaje de la resistencia a rotura.

En la tabla 3.4 se presentan unos valores para el acero aproximados que pueden servir de referencia, cuando no se tienen datos certeros de un experimento de viga rotatoria, de las resistencias a fatiga del ensayo de viga rotatoria en porcentaje de la resistencia a la rotura.

Carga	$S'_t (10^3 \text{ ciclos})$	$S'_e (10^6 \text{ ciclos})$
<b>Flexión</b>	$0,9S_{ut}$	$0,5S_{ut}$
<b>Axial</b>	$0,75S_{ut}$	$0,45S_{ut}$
<b>Torsión</b>	$0,52S_{ut}$	$0,29S_{ut}$

Tabla 3.4. Resistencia a la fatiga para acero en porcentaje a la resistencia a la tensión

Para resortes helicoidales de compresión (también sería válido para el cuerpo de resortes de extensión) se van a utilizar los valores de resistencias ofrecidos en la tabla 3.8, que muestran la resistencia a la fatiga para esfuerzos torsionales.

Los resultados de un ensayo de fatiga se pueden representar sobre los llamados *diagramas S-N*. En estos diagramas logarítmicos se representa la resistencia (S) a la fatiga del material (esfuerzo alternante) frente al número total de ciclos al fallo.

Cualquier punto comprendido por debajo de la línea definida no presentará fallo por fatiga, mientras que cualquier punto por encima de esta línea causará fallo. Para evaluar la duración de una pieza o elemento a fatiga se suele trazar una línea horizontal para el valor de tensión alterna a estudiar hasta la intersección con la curva S-N.

La *vida N* es el número de ciclos requeridos que llevan al fallo bajo una condición determinada de uso. Es la propiedad básica de fatiga, y la única que es directamente medible experimentalmente mediante el ensayo de viga rotatoria.

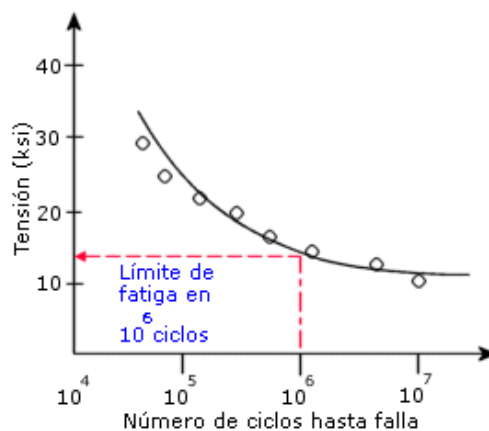


Figura 3.23. Diagrama S-N

En la figura 3.23 se muestra una curva S-N obtenida experimentalmente con los resultados del ensayo. En la figura 3.24 se ilustra una curva S-N simplificada, donde para su construcción solo es necesario definir las resistencias para mil y un millón de ciclos.

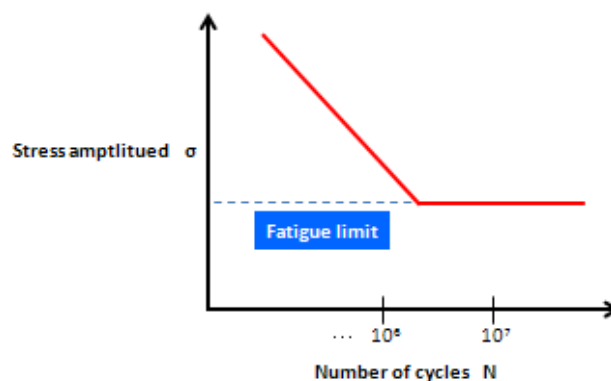


Figura 3.24 Diagrama S-N

En algunos materiales con límites de resistencia a la fatiga, como las aleaciones ferrosas y las de titanio, se presenta una línea recta horizontal en niveles de esfuerzo bajos, lo que implica que se alcanzó un límite a la fatiga abajo del cual no ocurrirá falla.

Se pueden clasificar los regímenes de fatiga básicamente en dos:

- *Fatiga de bajo ciclaje* (generalmente menor de  $10^3$  ciclos)
- *Fatiga de alto ciclaje* (entre  $10^3$  ciclos hasta  $10^6$  o  $10^7$ )

Los diseñadores suelen no tener en cuenta los efectos de la fatiga en el caso de bajo ciclaje. Puesto que en el diseño estático a menudo se usa la resistencia a la fluencia y no la resistencia a la rotura en la definición de los esfuerzos permisibles, los enfoques estáticos son aceptables para diseñar componentes de bajo ciclaje.

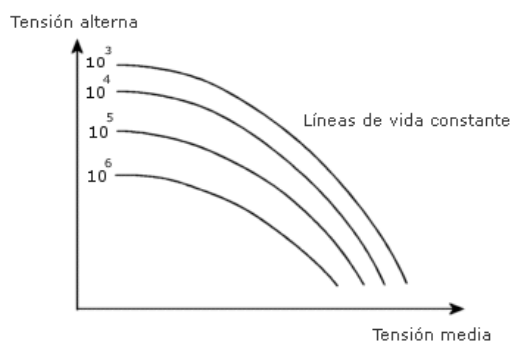
En muchas aplicaciones el número de ciclos de esfuerzo que se aplica sobre un componente durante su vida útil se sitúa entre  $10^3$  o  $10^7$ . Este es el caso más interesante de estudio, donde realmente se generan todos los interrogantes.

Para el caso de resortes helicoidales de compresión se suele diseñar para que tengan duración infinita, aunque en algunas cosas las solicitaciones son inferiores al millar de ciclos de trabajo y no es necesario estudiar el fenómeno de fatiga.

### **3.2.5.3 Esfuerzos fluctuantes. Influencia del esfuerzo medio**

Como se ha visto, los resortes son sometidos a esfuerzos fluctuantes con una media diferente de cero. Como los datos obtenidos de los ensayos ofrecen información de la resistencia a fatiga del material para este caso, es necesario calcular la influencia del esfuerzo medio no nulo con una serie de relaciones empíricas que determinan la falla en una vida determinada, cuando los esfuerzos alternantes y medios son diferentes de cero.

Habitualmente se llevan los resultados a diagramas en los que se representan valores del esfuerzo medio frente a esfuerzo variable o alternante ( $\sigma_m$  o  $\tau_m$ ,  $\sigma_a$  o  $\tau_a$ ), denominados como *diagramas de Haigh* (figura 3.25).



*Figura 3.25. Diagrama de Haigh*

Oscar J. Horger, partiendo de un amplio estudio sobre la bibliografía disponible respecto a la fatiga por torsión, determinó que en el caso de piezas cilíndricas pulidas, libres de mellas y sometidas a esfuerzo cortante de torsión, el esfuerzo alternante máximo que se puede someter sin causar la falla es constante e independiente del esfuerzo medio del ciclo, a condición de que el intervalo de esfuerzo máximo no sea igual o exceda al esfuerzo de fluencia por torsión del metal. Con mellas y cambios abruptos de sección esta consideración no es válida. Los resortes están libres de mellas y a menudo las superficies son muy lisas. Este criterio de fallo se conoce como *criterio de falla de Sines* de la fatiga por torsión.

#### 3.2.5.4 Criterios de fallo con esfuerzos fluctuantes

Una vez definidas las diversas componentes del esfuerzo asociadas con una parte sometida a esfuerzo fluctuante, se procede a definir los principales criterios de fallo bajo esfuerzos fluctuantes. Se van a ver tres: Gerber, Goodman y Soderberg. Toda el área por debajo de cada una de las rectas que definen cada criterio es la zona de seguridad (figura 3.26). Si algún punto de la línea de carga queda fuera de esta región, causará fallo.

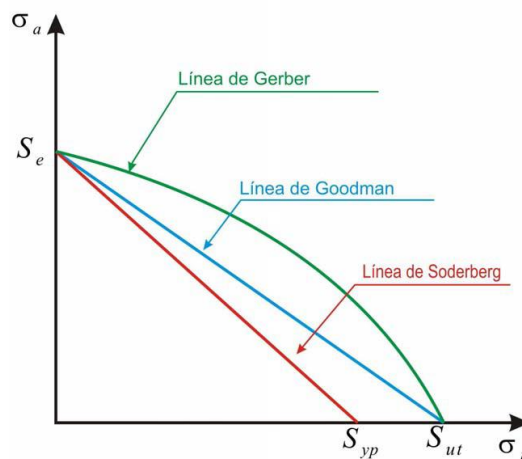


Figura 3.26. Criterios de fallo representados en un diagrama de Haigh

A continuación se describen las tres líneas descritas en la figura 3.26, así como las ecuaciones que las caracterizan. En adelante se describirán los distintos métodos, según diferentes bibliografías, de cálculo a fatiga según los criterios descritos.

**Línea de Gerber:** es una parábola que atraviesa la porción central de los puntos experimentales de fallo, y por ello, es una de las mejores formas de predecir el fallo. Este criterio ajusta muy bien los resultados de los ensayos de fatiga con esfuerzo medio no nulo.

$$\frac{\eta \sigma_a}{S_e} + \left( \frac{\eta \sigma_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1 \quad (\text{Ecuación 3.42})$$

Particularizando para el caso de cortante a torsión, que es el que se usará para el cálculo de resortes:

$$\frac{\eta\tau_a}{S_{se}} + \left(\frac{\eta\tau_m}{S_{su}}\right)^2 = 1 \quad (\text{Ecuación 3.43})$$

*Línea de Goodman:* esta recta propone la conexión del límite a la fatiga modificado sobre el eje de esfuerzo alternante con la resistencia a la rotura por tensión sobre el eje de esfuerzo medio. Es matemáticamente más simple que la *línea de Gerber* y un poco más conservadora, por ello su uso es extendido.

$$\frac{\eta\sigma_a}{S_e} + \frac{\eta\sigma_m}{S_{ut}} = 1 \quad (\text{Ecuación 3.44})$$

$$\frac{\eta\tau_a}{S_{se}} + \frac{\eta\tau_m}{S_{su}} = 1 \quad (\text{Ecuación 3.45})$$

Hay que mencionar que tanto en el caso de Gerber como Goodman, los puntos que superan el esfuerzo de fluencia no son considerados necesariamente como fallos, pues son teorías que basan el criterio de fallo exclusivamente en la rotura. Sin embargo, en diseño de máquinas no se admite habitualmente que el valor del esfuerzo supere el de fluencia (excepto en zonas muy localizadas, con esfuerzos estáticos).

*Línea de Soderberg:* este criterio, a diferencia de Gerber o Goodman, sí tiene en cuenta la fluencia como límite. Su uso es moderado por tratarse de un criterio conservador. No se suele aplicar en resortes.

$$\frac{\eta\sigma_a}{S_e} + \frac{\eta\sigma_m}{S_{yt}} = 1 \quad (\text{Ecuación 3.46})$$

$$\frac{\eta\tau_a}{S_{se}} + \frac{\eta\tau_m}{S_{sy}} = 1 \quad (\text{Ecuación 3.47})$$

Si se utiliza el criterio de Gerber habrá que recurrir a factores de seguridad más altos que en el de Goodman; cuando se utiliza Soderberg podrá adoptarse en cambio un menor valor del factor de seguridad.

Se asigna el nombre de *precarga* a una carga estática que está actuando sobre la pieza o elemento mecánico cuando este se encuentra en reposo, es decir, cuando no están actuando las cargas de fatiga. Al esfuerzo debido a la precarga se le suele asignar el subíndice “s” o “i”. Generalmente este tipo de esfuerzos se puede cuantificar fácilmente y su valor permanece constante (en el caso de resortes, la compresión de montaje) por lo que se puede decir que el valor de esta precarga no lleva asociada incertidumbre y no se afecta del factor de seguridad.

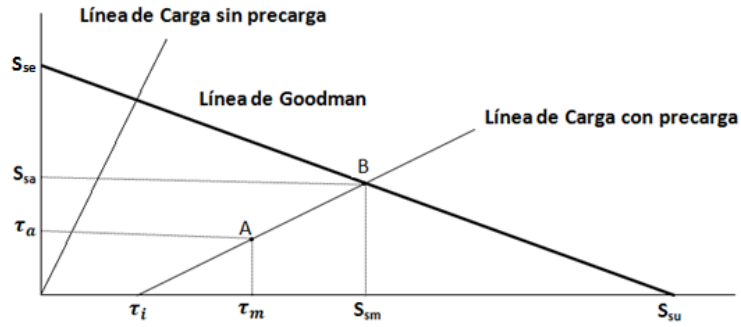


Figura 3.27. Línea de Goodman con precarga

Si se reescriben las ecuaciones 3.43, 3.45 y 3.47 para el caso de precarga:

- Gerber con precarga

$$\frac{\eta \tau_a}{S_{se}} + \left( \frac{\eta(\tau_m - \tau_s)}{S_{su}} + \frac{\tau_s}{S_{su}} \right)^2 = 1 \quad (\text{Ecuación 3.48})$$

- Goodman con precarga

$$\frac{\eta \tau_a}{S_{se}} + \frac{\eta(\tau_m - \tau_s)}{S_{su}} + \frac{\tau_s}{S_{su}} = 1 \quad (\text{Ecuación 3.49})$$

- Soderberg con precarga

$$\frac{\eta \tau_a}{S_{se}} + \frac{\eta(\tau_m - \tau_s)}{S_{sy}} + \frac{\tau_s}{S_{su}} = 1 \quad (\text{Ecuación 3.50})$$

### 3.2.5.5 Otros métodos de cálculo a fatiga

Consultando la bibliografía se encuentran otros métodos de cálculo para fatiga.

*Hamrock* se fundamenta en los datos de resistencias a la fatiga de *Zimmerli* para realizar el cálculo del factor de seguridad frente a fallo por fatiga (vida infinita). Evalúa la tensión alterna frente a esta resistencia.

$$\eta = \frac{S_{se}}{\tau_a} \quad (\text{Ecuación 3.51})$$

Esta teoría carece de interés por ser un planteamiento que no considera el efecto del esfuerzo medio, basándose en el *criterio de Sines*.

*Shigley* también se sustenta en los valores de resistencia ofrecidos por *Zimmerli*, pero con algunas diferencias notables. Los valores de resistencia a la fatiga que utiliza son las componentes alterna y media de la misma  $S_{sa}$  y  $S_{sm}$ .

Si se selecciona el criterio de Goodman, aplica la ecuación 3.45 para hallar la ordenada de la intersección con la recta de Goodman ( $S_{se}$ ), de este modo:

$$\frac{S_{sa}}{S_{se}} + \frac{S_{sm}}{S_{su}} = 1 \quad (\text{Ecuación 3.52})$$

$$S_{se} = \frac{S_{sa}}{1 - \left(\frac{S_{sm}}{S_{su}}\right)} \quad (\text{Ecuación 3.53})$$

Cada tamaño posible de alambre modificaría el valor de  $S_{su}$  (ecuación 2.6) ya que varía con el diámetro.

Una vez calculada dicha resistencia, *Shigley* vuelve a calcular la componente de la amplitud de la resistencia  $S_{sa}$  con la siguiente expresión:

$$S_{sa} = \frac{r S_{se} S_{su}}{r S_{su} + S_{se}} \quad (\text{Ecuación 3.54})$$

Siendo  $r$  la *línea de carga*, definida como la relación entre la componente alterna y media del esfuerzo.

$$r = \frac{\tau_a}{\tau_m} \quad (\text{Ecuación 3.55})$$

Una vez obtenida la componente alterna de la resistencia, se evalúa frente al esfuerzo cortante. De igual modo, también se podría calcular  $S_{sm}$  y compararla con la tensión media.

$$\eta = \frac{S_{sa}}{\tau_a} \quad (\text{Ecuación 3.56})$$

Como se puede observar, estos métodos no tienen en cuenta la precarga tal como se ha visto en el anterior punto, sino que la toman en cuenta para el valor de fuerza mínima en la ecuaciones 3.37 y 3.38.

En este proyecto se utilizarán principalmente las ecuaciones expuestas en el punto 3.2.9.5.

### 3.3 RESISTENCIAS PARA RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESIÓN

A continuación se van a comentar los valores de resistencias necesarias para el cálculo a carga estática y fatiga. Se va a centrar el estudio en los resortes helicoidales de compresión, puesto que van a ser los desarrollados en este proyecto. En primer lugar, se procede a definir las resistencias y propiedades que se van a estudiar.

*S*: resistencia

*S<sub>ut</sub>*: resistencia máxima a la tensión

*S<sub>y</sub>*: resistencia a la fluencia

*S<sub>su</sub>*: resistencia a la rotura por cortante

*S<sub>sy</sub>*: resistencia a la fluencia por cortante

*S<sub>se</sub>*: resistencia a la fatiga

*E*: módulo de elasticidad

*G*: módulo de elasticidad por cortante

En la tabla 3.5, extraída del *Shigley*, se presentan las propiedades de algunos de los materiales citados.

Material	Límite elástico, porcentaje de Sut		Diámetro	E	G
	Tensión	Torsión	d, mm	Gpa	Gpa
Alambre de piano A228	65-75	45-60	<0,83	203,4	82,7
			0,83-1,6	200	81,7
			1,6-3,175	196,5	81
			>3,175	193	80
Acero estirado en frío A227	60-70	45-55	<0,83	198,6	80,7
			0,83-1,6	197,9	80
			1,6-3,175	197,2	79,3
			>3,175	195,5	78,6
Templado en aceite A229	85-90	45-50		195,5	77,2
Resorte de válvula A230	85-90	50-60		203,4	77,2
Cromo vanadio A231	88-93	65-75		203,4	77,2
Cromo silicio A401	85-93	65-75		203,4	77,2

Tabla 3.5. Propiedades mecánicas de algunos alambres para resortes

Como se ha mencionado anteriormente, los datos de resistencia proporcionados habitualmente para materiales corresponden a ensayos de tracción. Hay diversas publicaciones que dan unos valores distintos para un mismo material. Si se consultan distintas bibliografías, como el caso de los libros de diseño de máquinas de *Shigley*, *Hamrock* o *Faires*, se observa cómo difieren en valores de rangos de tamaño, resistencias o módulo de elasticidad. Si se analizan dichas diferencias se concluye que son mínimas, acercándose todos los datos a valores muy próximos. De hecho, todos estos autores sustentaron sus estudios en los ensayos proporcionados por *Associated Spring*.



La resistencia a la rotura del material ( $S_{ut}$ ) de un resorte varía significativamente con el tamaño del alambre, de manera que su resistencia a la rotura no se puede especificar a menos que se conozca su tamaño. El material y su procesamiento también tienen un efecto en la resistencia a la tensión. Los resultados de pruebas extensivas realizadas señalan que la gráfica semilogarítmica (figura 3.29) de la resistencia del alambre contra el diámetro del mismo es casi siempre una línea recta para algunos materiales. Una aproximación para algunos materiales se puede ajustar cercanamente mediante la siguiente expresión exponencial:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} \quad \text{Ecuación 3.57}$$

Donde  $A$  es la intersección de la línea recta,  $m$  la pendiente y  $d$  el diámetro del alambre.

Para estimar la resistencia de tensión mínima de alambres para fabricar resortes se utilizará la tabla 3.6, extraída del *Hamrock*, donde aparecen los coeficientes  $A$  y  $m$ .

	RANGO DE TAMAÑO	EXPONENTE	CONSTANTE $A_p$	COSTE RELATIVO
MATERIAL	mm	m	Mpa	
<b>Alambre de piano A228</b>	0,10-6,5	0,146	2170	2,6
<b>Revenido en aceite A229</b>	0,5-12	0,186	1880	1,3
<b>Alambre estirado en frío A227</b>	0,70-12	0,192	1750	1
<b>Cromo vanadio A231</b>	0,80-12	0,167	2000	3,1
<b>Cromo silicio A401</b>	1,6-10	0,112	2000	4

*Tabla 3.6. Coeficientes usados en la ecuación (2.1) para cinco materiales de resorte*

La tabla 3.6 también muestra el coste relativo del material, siendo la referencia más económica el alambre estirado en frío A227. Esta información puede ser muy útil para el diseñador a la hora de escoger un material cuando los factores económicos son parte de los requisitos de diseño.

En la figura 3.28 se representa gráficamente la resistencia a la rotura de los materiales de la tabla 3.6 en función del diámetro utilizando la ecuación 3.57.

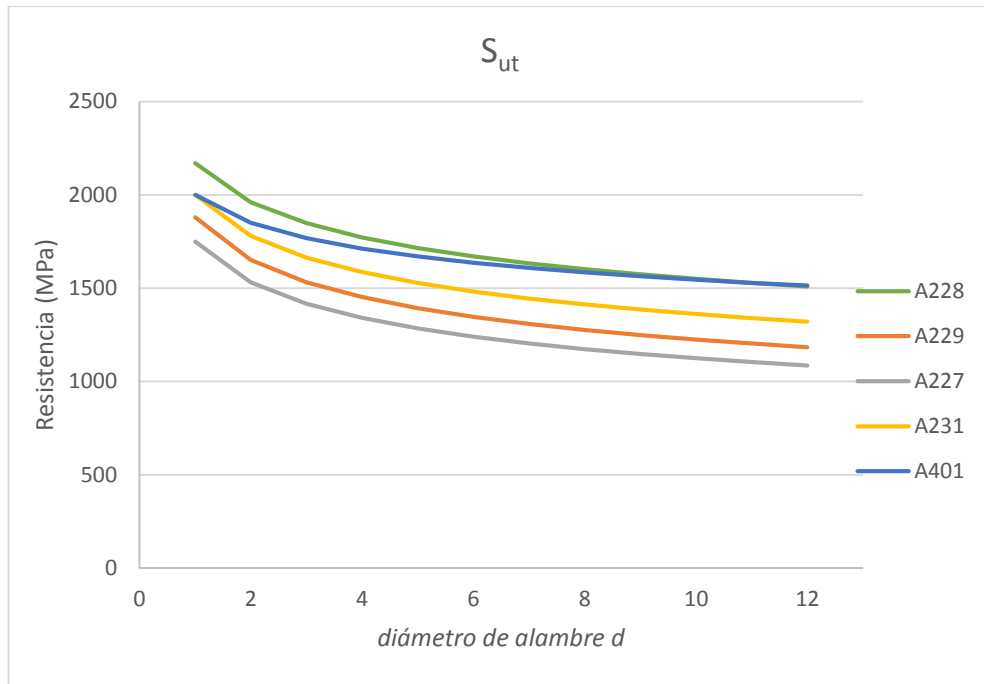


Figura 3.28. Representación gráfica de  $S_{ut}$  utilizando los valores de la tabla 3.6

Otro método para calcular la resistencia última a tracción la ofrece *Juvinall* o *McKee* con la figura 3.29. En este caso se puede obtener la resistencia gráficamente, introduciendo en el eje de abscisas el diámetro del alambre y extrayendo así la resistencia.

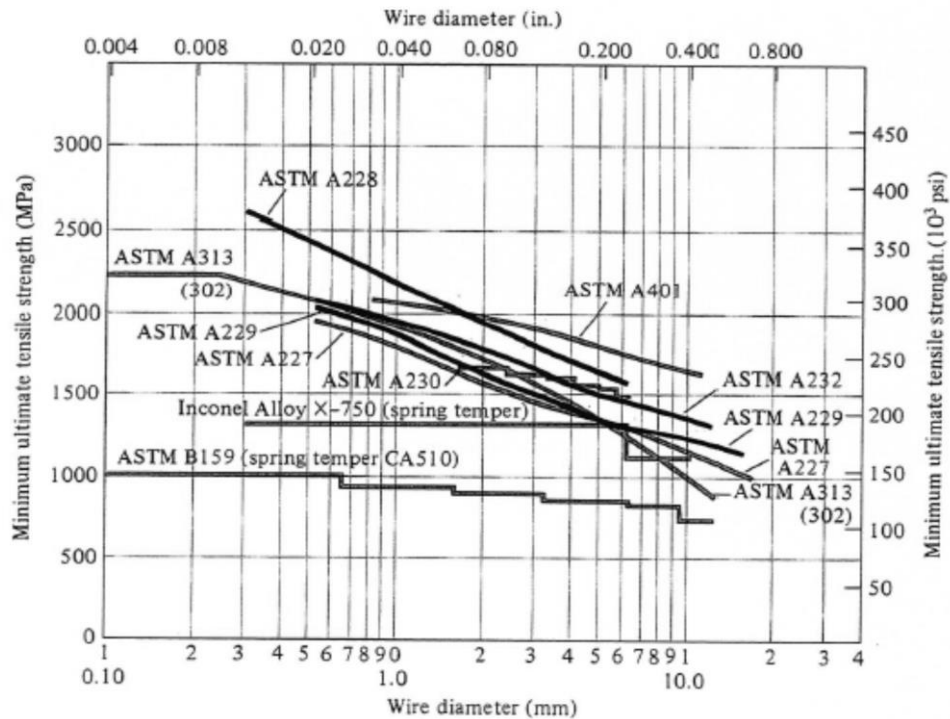


Figura 3.29. Gráfica semilogarítmica para el cálculo de la resistencia a la tensión

### 3.3.1 Esfuerzo admisible a fluencia

Ahora bien, como se ha comentado anteriormente, esta resistencia a tensión no es válida para la comprobación a carga estática, siendo necesaria obtener la resistencia a fluencia por cortante. Multitud de autores han hecho sus aportaciones a la materia.

Una estimación muy burda del esfuerzo a fluencia en torsión se puede obtener si se supone que el esfuerzo de fluencia a la tensión está entre el 60 y 90% de la resistencia a la tensión. Después puede emplearse la teoría de la energía de distorsión para determinar el esfuerzo de fluencia a la torsión ( $S_{ys}=0,577S_y$ ). Este enfoque proporciona el intervalo:

$$0,35S_{ut} \leq S_{sy} \leq 0,52S_{ut} \quad \text{Ecuación 3.58}$$

Hamrock propone un criterio mucho más simple y demasiado generalista

$$S_{sy} = 0,40S_y \quad \text{Ecuación 3.59}$$

Juvinall usa la siguiente relación para el cálculo de  $S_{sy}$

$$S_{sy} = 0,58S_y \quad \text{Ecuación 3.60}$$

$$S_y = 1,05S_u - 30 \text{ (klb/pulg}^2\text{)} \quad \text{Ecuación 3.61}$$

Joerres usa el esfuerzo torsional máximo permisible para la aplicación estática. Presenta la resistencia a la fluencia torsional como un porcentaje de la resistencia a la tensión. Además, tiene en cuenta el preesforzado.

MATERIAL	SIN PREESFORZADO	CON PREESFORZADO
<b>Aceros al carbono estirados en frío (A228, A227)</b>	0,45	0,6 a 0,7
<b>Aceros al carbono templados y revenidos. Aceros de baja aleación (A229, A230, A231, A232, A401)</b>	0,5	0,65 a 0,75
<b>Acero inoxidable austenítico (A313) Aleaciones no férreas (cobre, latón, níquel)</b>	0,35	0,55 a 0,65

Tabla 3.7. Resistencia a la fluencia por torsión, porcentaje de  $S_{ut}$

### 3.3.2 Esfuerzo admisible a fatiga

A la hora de calcular un resorte para fatiga es necesario identificar las cargas que va a soportar el resorte, si se trabaja con un elemento sometido a un número pequeño de ciclos de carga o por lo contrario va a tener una gran sollicitación. Esto es muy importante, ya que de ello depende una resistencia a la fatiga diferente, diseñando el mismo para una vida finita o infinita.

El intervalo de vida finita para un elemento mecánica se suele definir entre los mil ciclos y el millón de ciclos. Algunos autores, para el caso de un resorte definen dicho intervalo entre mil ciclos ( $10^3$ ) y diez millones de ciclos ( $10^7$ ). Este es el intervalo más general, aunque dependiendo el caso y la aplicación se puede usar otro. La duración de aplicación de las cargas es importante, ya que, por ejemplo, no es el mismo caso de aplicación el de un resorte utilizado en la pata de cabra de una motocicleta que el que se utiliza en la válvula de un motor de combustión interna alternativo. En el primer caso, la sollicitación a este tipo de carga es nulo, mientras que en el segundo es un factor de diseño esencial.

La determinación de las resistencias a la fatiga, así como el estudio del fenómeno mismo de la fatiga genera muchos interrogantes, ya que existe numerosa información de estudios al respecto, pero en pocas ocasiones todos llegan a las mismas conclusiones. Es, por lo tanto, una materia que sigue, a día de hoy, suscitando muchas dudas.

*Zimmerli*, sorprendentemente, fundamentó que los límites a la fatiga (solo en vida infinita) por torsión de aceros de resorte de diámetros menores de 10 mm son independientes del tamaño, material y resistencia a la tensión.

*Hamrock* propone los siguientes límites para los resultados de los estudios de *Zimmerli*:

$S_{se} = 310 \text{ MPa}$  Para resortes sin granallar

$S_{se} = 465 \text{ MPa}$  Para resortes granallados

Por otra parte, *Shigley* expresa estos valores de distinto modo, mostrando las componentes alterna ( $S_{sa}$ ) y media ( $S_{sm}$ ) de la resistencia:

$S_{sa} = 241 \text{ MPa}$  ;  $S_{sm} = 379 \text{ MPa}$  Para resortes sin granallar

$S_{sa} = 398 \text{ MPa}$  ;  $S_{sm} = 534 \text{ MPa}$  Para resortes granallados

Estos datos no serán utilizados en este proyecto, ya que no tiene mucho sentido que el valor del límite de fatiga de un material sea independiente del propio tipo de acero empleado.

Se utilizará la tabla 3.8, extraída del Shigley, para el cálculo del límite de resistencia a la fatiga por torsión ( $S_{se}$ ). Ésta será igual a un porcentaje de la resistencia última a tracción, y dependerá del material, del número de ciclos y de si el resorte ha sido sometido a granallado o no.

MATERIAL	N °CICLOS	NO GRANALLADO	GRANALLADO
<b>Acero A228, acero inoxidable A313 y materiales no féreos</b>	$10^5$	0.36	0.42
	$10^6$	0.33	0.39
	$10^7$	0.30	0.36
<b>Aceros al carbono templados y revenidos: A229, A230, A231, A232, A401</b>	$10^5$	0.42	0.49
	$10^6$	0.40	0.47
	$10^7$	0.38	0.46

*Tabla 3.8. Resistencia a la fatiga en porcentaje de  $S_{ut}$  para distintos materiales*

La resistencia a la rotura en torsión  $S_{su}$ , utilizada en el cálculo bajo esfuerzos cíclicos, según la teoría de la energía de la distorsión sería  $0,577 \cdot S_{ut}$ , de ahí que *Hamrock* redondee a un valor de  $0,6 \cdot S_{ut}$ . Otros estudios, según *Joerres*, demuestran que para los resortes este valor es algo superior, por lo que se tomará la siguiente relación:

$$S_{su} = 0,67S_{ut} \quad \text{Ecuación 3.62}$$

## **CAPÍTULO 4. INTRODUCCIÓN AL DISEÑO COMPUTACIONAL DE MÁQUINAS**

En este capítulo se va a realizar una introducción del diseño computacional de máquinas, sus principales características y ventajas frente al diseño tradicional, así como la metodología utilizada en este tipo de diseño. Posteriormente se comentarán algunas características de SolidWorks, el software empleado en este proyecto. En el anexo 1 se ha realizado una simulación completa de un elemento simple (barra sometida a torsión pura) con el fin de describir más extensamente el proceso de simulación.

### **4.1 INTRODUCCIÓN**

Diseñar es formular un plan para satisfacer una necesidad específica o resolver un problema. El diseño es un proceso innovador y altamente iterativo, un proceso de tomas de decisiones. Las herramientas disponibles de la ingeniería se combinan para producir un plan, que cuando se lleva a cabo crea un producto funcional, seguro, confiable, competitivo, útil, que se puede fabricar y comercializar. En la figura 4.1 se muestra el esquema del proceso clásico de diseño.



Figura 4.1. Esquema del proceso de diseño

En la actualidad existen numerosas herramientas y recursos disponibles para facilitar la tarea del diseño. Uno de ellos es el *diseño asistido por ordenador (CAD)* que permite el desarrollo de diseños en tres dimensiones que simplifican los procesos de trabajo.

Además, muchas de estas herramientas permiten realizar cálculos rápidos y exactos de propiedades y características de los diseños. Existe una gran variedad de software de CAD disponible en el mercado como *AutoCAD*, *ProEngineer*, *Catia* o *SolidWorks*.

El término *ingeniería asistida por ordenador (CAE)* se aplica a todas las herramientas de ingeniería relacionadas con el uso de un ordenador o computadora. Así, el CAD puede englobarse como un subconjunto del CAE. Algunas aplicaciones realizan análisis ingenieriles tales como simulación o cálculo pero no se consideran herramientas CAD. Algunos ejemplos son los programas de análisis de elementos finitos como *ANSYS*, para la simulación de movimiento como *Working Model* u otros programas no específicos para ingeniería como *MATLAB* o *Mathematica*.

Este proyecto se ha desarrollado con el software *SolidWorks (versión 2013)*. El software CAD *SolidWorks* es una aplicación de automatización de diseño mecánico que les permite a los diseñadores croquizar ideas con rapidez, experimentar con operaciones y cotas, y producir modelos y dibujos detallados. Además, cuenta con la posibilidad de ampliar la herramienta con diversas extensiones muy útiles para el cálculo, simulación y diseño mecánico. Es el caso de *SolidWorks Simulation*, una aplicación basada en el cálculo de elementos finitos que es la principal herramienta que se va a utilizar en este proyecto.

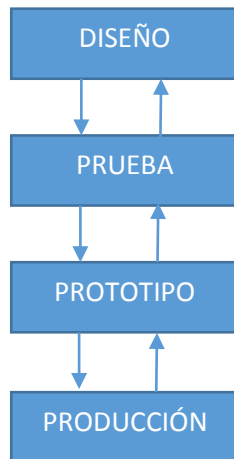
## **4.2 INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS**

El *Análisis de Elementos Finitos* o *MEF* es un método de análisis numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en problemas de ingeniería o física tales como diseño de máquinas, acústica, mecánica de fluidos, etc.

El MEF permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo real. Sin embargo, no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del método. Debido a su versatilidad y eficiencia, MEF ha conseguido establecerse como uno de los dominadores del mercado de software de análisis en ingeniería.

El gran objetivo de la implementación de MEF como herramienta de diseño es conseguir cambiar el proceso iterativo clásico de “diseño, prototipo, prueba” en un proceso donde los prototipos no se usan como herramientas de diseño y son solo necesarios para una validación final (figura 4.2).

PROCESO DE DISEÑO TRADICIONAL



PROCESO DE DISEÑO CON MEF

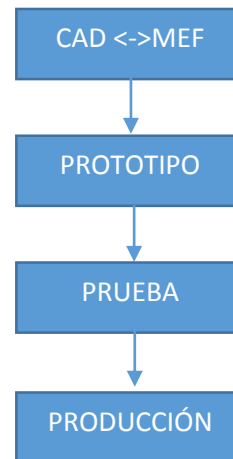


Figura 4.2. Proceso de diseño tradicional y proceso de diseño con MEF

La idea general del método de los elementos finitos es la división de un modelo continuo en un conjunto de pequeños elementos interconectados por una serie de puntos llamados nodos. Las ecuaciones que rigen el comportamiento del modelo continuo regirán también el del elemento. De esta forma se consigue pasar de un sistema continuo (infinitos grados de libertad), que se define por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con un número de grados de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones, lineales o no.

Sobre los nodos se materializan las incógnitas fundamentales del problema. En el caso de elementos mecánicos o estructurales estas incógnitas son los desplazamientos nodales, ya que a partir de estos se pueden calcular el resto de incógnitas que nos interesan: esfuerzos, deformaciones, etc. A estas incógnitas se les denomina grados de libertad de cada nodo del modelo. Los grados de libertad de un nodo son las variables que determinan el estado y/o posición del nodo.

### **4.3 INTRODUCCIÓN A SOLIDWORKS SIMULATION**

*SolidWorks Simulation* es una extensión comercial de MEF integrada dentro del software de diseño paramétrico *SolidWorks*, utilizando este para la creación y edición de la geometría de los modelos a simular. Es capaz de resolver problemas comunes de ingeniería de diseño, tales como el análisis de desplazamientos, tensiones, frecuencias naturales, vibraciones, pandeo, etc.

El primer paso para cualquier proyecto de *SolidWorks Simulation* es la creación de un modelo de *SolidWorks*, pudiendo ser una pieza o un ensamblaje de varias piezas. Una vez modelizada la pieza, se definen las propiedades del material, así como las cargas o restricciones a las que se somete el modelo.



Como bien se ha mencionado anteriormente, el método de los elementos finitos se fundamenta, entre otras cosas, en la división de la geometría del modelo en entidades relativamente pero suficientemente pequeñas llamadas “elementos finitos”. Este proceso comúnmente se denomina *mallado* en el que se subdivide el sólido o medio continuo en pequeñas partes interconectadas entre sí a través de los *nodos* de los elementos, de manera que se pueda suponer que el campo de desplazamientos en el interior de cada elemento puede expresarse en función de los desplazamientos que sufren los nudos de los elementos (desplazamientos nodales); posteriormente se podrá determinar la matriz de rigidez de cada elemento, la cual una vez quede ensamblada (siguiendo los pasos del análisis matricial de estructuras), permitirán la obtención de los desplazamientos en los nudos de cada elemento.

### **4.3.1 Metodología en SolidWorks Simulation**

Una metodología clásica en MEF podría ser la siguiente:

1. *Construcción del modelo geométrico.*
2. *Construcción del modelo de elementos finitos discretizando el modelo geométrico.*
3. *Resolución del modelo de elementos finitos.*
4. *Análisis de los resultados.*

#### **4.3.1.1 Construcción del modelo geométrico**

Es importante que la geometría del modelo sea “mallable”, ya que algunas geometrías demasiado complejas pueden dificultar este proceso, aumentando el tiempo de mallado e incluso generando errores en el mismo. Hay que asegurarse que la malla generada proporcionará los datos de interés (desplazamientos, tensiones, etc.) con una precisión aceptable. Un mal mallado puede reportar unos resultados imprecisos.

En algunas ocasiones será necesario modificar la geometría del modelo para poder generar un mallado. SolidWorks Simulation dispone de herramientas de idealización de geometría para la simplificación de la misma. Elementos como chaflanes o nervios a menudo se pueden suprimir para mejorar el mallado. También hay que mencionar que no siempre se simplifican los modelos por la imposición debida a hacer los mismos mallables. A veces un modelo puede ser mallable, pero esta malla resultante sería excesivamente grande (en términos de número de elementos) y el análisis consumiría mucho tiempo. Una vez generado con éxito un modelo mallable, lo siguiente sería definir las propiedades del material, cargas y restricciones y proporcionar la información y configuración del tipo de análisis que se quiere realizar. Este paso completa la creación o construcción del modelo matemático.

#### 4.3.1.2 Construcción del modelo de elementos finitos

El modelo geométrico se debe dividir en elementos finitos utilizando el proceso de discretización, habitualmente conocido como *mallado*. La *discretización* es un proceso matemático mediante el cual vamos a obtener resultados aproximados de la ecuación diferencial del problema. Las cargas y restricciones discretizadas se aplican a los nodos de la malla de elementos finitos.

#### 4.3.1.3 Resolución del modelo de elementos finitos

Tras haber creado el modelo de elementos finitos, el solucionador o “*solver*” de MEF proporcionado en SolidWorks Simulation resuelve el problema para producir los datos o resultados deseados. El software utiliza diversos tipos de “*solvers*”, cada uno con unas determinadas características, aunque no se entrará en detalle en estos.

#### 4.3.1.4 Análisis de los resultados

Es imprescindible realizar una correcta interpretación de los resultados. En ocasiones es necesario saber localizar ciertos errores que pueden inducirse en uno de los anteriores pasos. Un ingeniero de diseño tiene que tener los conocimientos necesarios para saber analizar la validez o veracidad de los resultados obtenidos.

### 4.3.2 Elementos finitos

Como se ha comentado, el mallado divide modelos continuos en elementos finitos. Estos elementos finitos pueden tener diferentes formas o geometrías, dependiendo del modelo con el que se trabaje. *SolidWorks Simulation* ofrece tres tipos de elementos tridimensionales:

- *Elementos sólidos para mallado de geometrías sólidas*. Pueden ser de calidad borrador (primer orden, figura 4.3) o alta calidad (segundo orden, figura 4.4), siendo estos últimos los que resultados más precisos darán. Los bordes de los elementos de alta calidad pueden ser rectos o curvos, dependiendo de la geometría de la pieza.

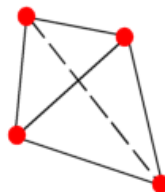


Figura 4.3. Elemento sólido de primer orden

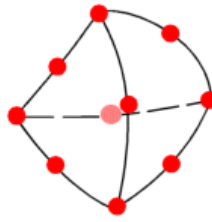


Figura 4.4. Elemento sólido de segundo orden

- Elementos tipo “Shell” para mallado de geometrías de superficie. Se utilizan principalmente para el análisis de estructuras de paredes delgadas. El usuario debe proporcionar la información sobre el grosor. En la figura 4.6 se muestra el elemento de la figura 4.5 al que se ha mallado con elementos tipo shell.

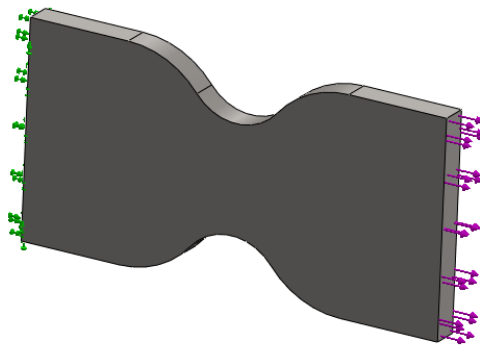


Figura 4.5. Elemento sometido a esfuerzo de tracción

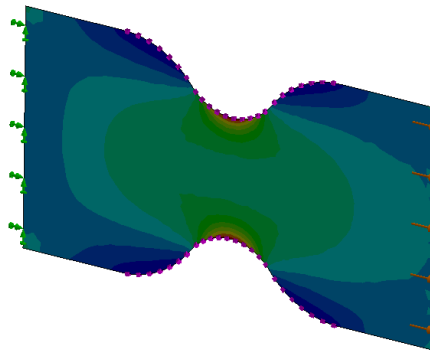
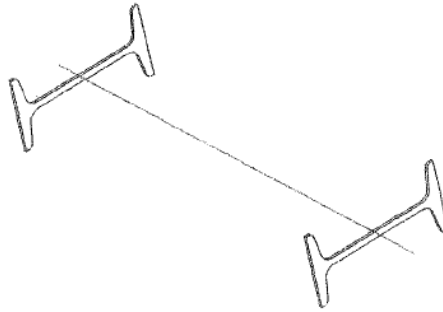


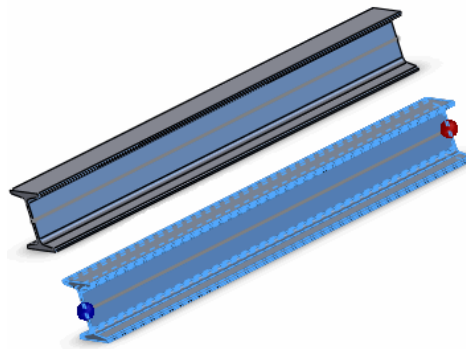
Figura 4.6. Tensiones sobre el elemento tipo shell de la figura 4.5

Algunos modelos son susceptibles de poder ser mallados como elementos sólidos o como “Shell”, pero en ocasiones se simplifica el cálculo usando el segundo tipo. Por ejemplo, la figura 4.5 se podría haber mallado con elementos sólidos, pero haciéndolo como en la figura 4.6 se simplifica el cálculo, siendo válidos los resultados.

- *Elementos tipo “viga” o “beam” para geometrías alámbricas.* Son una opción natural para mallar estructuras. Se hacen suposiciones acerca de la distribución de los esfuerzos en dos direcciones de la sección transversal de la viga. Un elemento de viga no tiene dimensiones físicas en las direcciones normales a su longitud. Es posible pensar en un elemento de viga como una línea asignando propiedades de la sección transversal.



*Figura 4.7. Esquema de elemento tipo “beam”*



*Figura 4.8. Miembro estructural tipo “beam”*

También puede trabajar con dos dimensiones con elementos de tensión plana (figura 4.9), destinados al análisis de estructuras planas delgadas cargadas en el plano, elementos de deformación unitaria plana (figura 4.10), para el análisis de estructuras prismáticas gruesas cargadas en el plano o elementos axil-simétricos (figura 4.11) , para el análisis de estructuras axil-simétricas bajo cargas en esa misma dirección. En todos los casos, la deformada se puede describir completamente usando elementos con solo dos grados de libertad por nodo.

En muchas ocasiones, una buena selección del tipo de elemento finito con el que se quiere trabajar puede suponer un gran ahorro de tiempo al facilitar el cálculo.

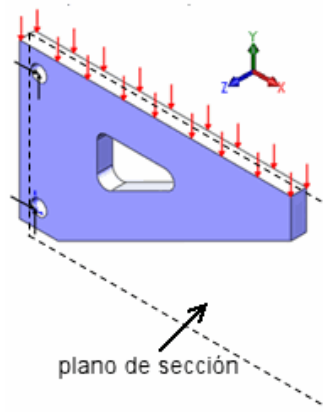


Figura 4.9. Elemento de tensión plana

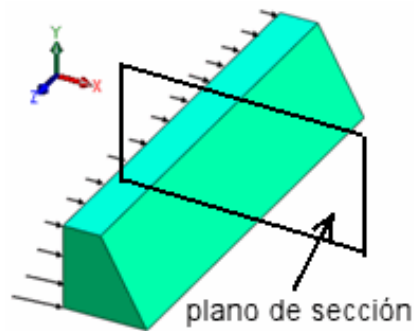


Figura 4.10. Elemento de deformación unitaria plana

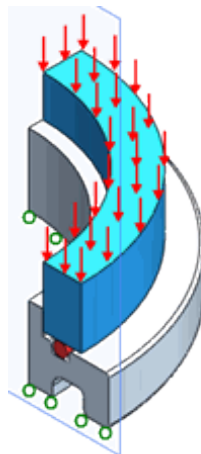


Figura 4.11. Elemento axil-simétrico

### 4.3.3 Grados de libertad y cálculos en MEF

Los *grados de libertad* o *GDL* de un nodo en una malla de elementos finitos definen la capacidad del nodo para llevar a cabo una traslación y rotación. Los GDL de un nodo dependen del tipo de elemento definido.

En el caso de *elementos sólidos*, los nodos tienen tres grados de libertad: con el objetivo de describir la transformación de un elemento sólido de la estructura original a la deformada, solo hay que conocer tres componentes de traslación del desplazamiento nodal. En el caso de los *elementos tipo "Shell" o "Beam"*, estos tienen seis grados de libertad, por lo que se necesita saber las componentes de traslación de los desplazamientos nodales y las tres componentes del desplazamiento rotacional.

Cada grado de libertad de un nodo constituye una incógnita. En el análisis estructural, los grados de libertad representan componentes de desplazamiento, mientras que en el análisis térmico representan temperaturas. Los desplazamientos y las temperaturas serían las incógnitas principales en estos dos casos. El análisis estructural mide los desplazamientos, las tensiones y las deformaciones del material. Las tensiones y las deformaciones se calculan en base a los resultados de los desplazamientos nodales.

El usuario, como diseñador, debe interpretar los resultados, estableciendo así los criterios para validar un modelo, pudiendo incluir desplazamientos o esfuerzos máximos, frecuencias naturales admisibles, etc.

### 4.3.4 Análisis lineal y no lineal

Cuando se aplican cargas a un sólido, el sólido se deforma y el efecto de las cargas se transmite a través del sólido. Las cargas externas inducen fuerzas internas y reacciones para dirigir el sólido a un estado de equilibrio. El *análisis estático* calcula los desplazamientos, las deformaciones unitarias, las tensiones y las fuerzas de reacción bajo el efecto de cargas aplicadas. Existen dos tipos de análisis estáticos: el *análisis estático lineal* y el *análisis estático no lineal*.

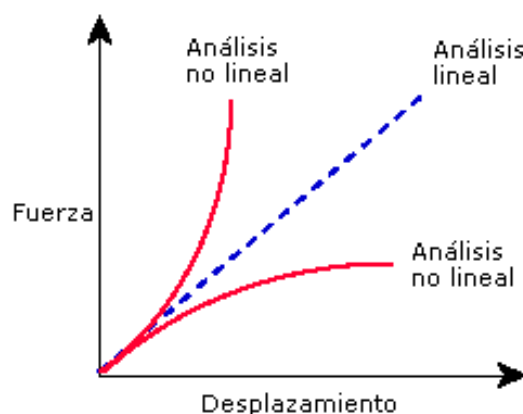
El *análisis estático lineal* realiza las siguientes suposiciones:

- *Suposición estática*: Todas las cargas se aplican lenta y gradualmente hasta que alcanzan sus magnitudes completas. A continuación, las cargas permanecen constantes en el tiempo. Esta suposición permite ignorar las fuerzas inerciales y de amortiguación debido a pequeñas aceleraciones y velocidades poco significativas. Las cargas dinámicas cambian con el tiempo y en muchos casos inducen fuerzas inerciales y de amortiguación considerables que no pueden ser despreciadas.

- *Suposición de linealidad:* La relación entre cargas y respuestas inducidas es lineal. Por ejemplo, si se duplican las cargas, la respuesta del modelo (desplazamientos, deformaciones unitarias y tensiones) también se duplica. Se puede realizar la suposición de linealidad si:
  1. Todos los materiales del modelo cumplen con la Ley de Hooke, es decir, la tensión es directamente proporcional a la deformación unitaria.
  2. Los desplazamientos inducidos son lo suficientemente pequeños como para ignorar el cambio en la rigidez causado por la carga.
  3. Las condiciones de contorno no varían durante la aplicación de las cargas. Las cargas deben ser constantes en cuanto a magnitud, dirección y distribución. No deben cambiar mientras se deforma el modelo.

El *análisis estático no lineal* supone que las relaciones entre las cargas y la respuesta inducida no es lineal. Por ejemplo, si duplica la magnitud de las cargas, la respuesta (desplazamientos, deformaciones unitarias, tensiones, fuerzas de reacción, etc.) no tienen por qué duplicarse.

Todas las estructuras reales se comportan de forma no lineal de uno u otro modo en algún nivel de la carga. En algunos casos, el análisis lineal puede ser adecuado. En muchos otros, la solución lineal puede producir resultados erróneos debido a que se violan las suposiciones sobre las que se basa. La no linealidad puede ser provocada por el comportamiento del material, los grandes desplazamientos y las condiciones de contacto.



*Figura 4.12. Relación Fuerza-desplazamiento para un análisis lineal y no lineal*

### 4.3.5 Fatiga en SolidWorks Simulation

En el capítulo 3 se abordó el cálculo analítico o teórico a fatiga y se definió el modelo aplicado basándose en la bibliografía. Ahora se va a exponer el método de cálculo que utiliza *SolidWorks Simulation* para el cálculo bajo cargas cíclicas, con la visión del cálculo de resortes, por ello es por lo que se pasan por alto algunos aspectos del programa que no son trascendentales para el cálculo posterior.

Es importante mencionar que para el cálculo a fatiga, el programa se basa siempre sobre un estudio estático, utilizando los resultados de este (esfuerzos máximos y mínimos) para la determinación de las tensiones alternas y medias. Antes de realizar un estudio de fatiga debe existir un estudio estático para extraer de él los valores de tensiones utilizados en el cálculo a fatiga.

#### 4.3.5.1 Definiciones de fatiga

A continuación se presentan algunas definiciones previas a la explicación del método seguido por el programa para el cálculo a fatiga. El programa en su nomenclatura no diferencia entre resistencia y esfuerzo, utilizando la notación  $S$  para ambas.

*Límite de resistencia o resistencia a la fatiga  $S_e$* : El límite de resistencia es la tensión alterna mayor que no tiene como resultado un fallo por fatiga. El límite de resistencia (también denominado límite de fatiga) se define generalmente para esfuerzos invertidos.

$S_{max}$  = tensión máxima

$S_{min}$  = tensión mínima

*Tensión alterna  $S_a$* :  $S_a = (S_{max} - S_{min})/2$

*Tensión media  $S_m$  o  $S_{mean}$* :  $S_m = (S_{max} + S_{min})/2$

*Intervalo de tensión:  $\Delta S$*  =  $(S_{max} - S_{min})$

*Coeficiente de tensión o relación de tensiones  $R$* :  $R = S_{min}/S_{max}$

*Relación de amplitud  $A$* :  $A = S_a/S_m$

El *factor de escala* es un valor que el usuario puede introducir para mayorar la tensión del estudio estático de referencia.



#### 4.3.5.2 Sucesos de fatiga. Evaluación y corrección de tensiones alternas

El software gestiona dos tipos de sucesos de fatiga diferentes: amplitud constante y amplitud variable. Solamente se va a indagar en el primer tipo puesto que este es el que se estudia en los métodos teóricos. Se pueden definir sucesos de fatiga múltiples en un estudio, pero deben ser del mismo tipo.

- *Sucesos de amplitud constante*

Las tensiones alternas y medias se mantienen invariables a lo largo del tiempo. Un suceso de fatiga de amplitud constante se define completamente mediante una tensión alterna, una tensión media (o relación de tensión) y la cantidad de ciclos. Un suceso de fatiga puede hacer referencia a uno o varios estudios estáticos.

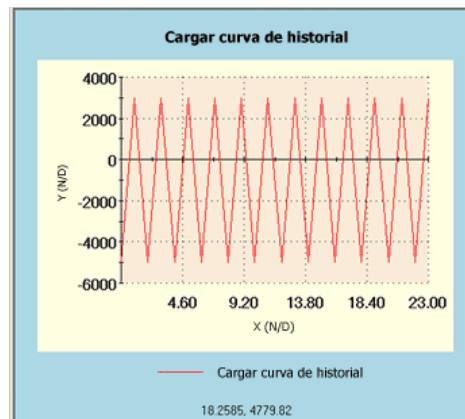


Figura 4.12. Suceso de fatiga de amplitud constante

Existen dos tipos de sucesos de amplitud constante. El primer caso son los sucesos simples (definidos por una carga de fatiga simple o por cargas de fatiga múltiples) y los sucesos múltiples (se aplican simultáneamente diferentes cargas de fatiga). Solo se van a comentar los sucesos definidos por una carga de fatiga simple, ya que estos han sido los estudiados en el capítulo 3.

*Suceso definido por una carga de fatiga simple:* Dentro de este tipo de suceso existen tres tipos de variación del esfuerzo alternante. Se comentan a continuación:

- *Totalmente reversible* (figura 4.13): El programa establece la tensión alterna en cada nodo como el valor de tensión en el nodo del estudio estático de referencia multiplicado por el *factor de escala*. Los valores de los componentes de la tensión máxima y mínima son iguales en magnitud y opuestos en dirección. No se utilizará esta variedad, ya que los resortes helicoidales de compresión no trabajan simultáneamente a compresión y tracción, por lo que los esfuerzos nunca se van a invertir.

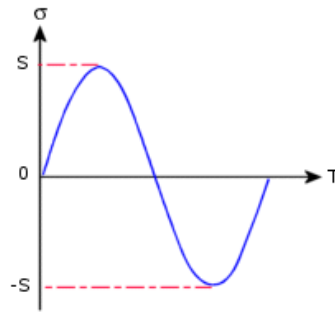


Figura 4.13. Esfuerzo alternante totalmente reversible

- *Con base en cero* (figura 4.14): El programa establece la tensión alterna en cada nodo como la mitad del valor de tensión correspondiente en el estudio estático de referencia multiplicado por el factor de escala. El programa obtiene el máximo del estudio estático de referencia y establece el mínimo en 0. Este sería el caso de un resorte que trabajase entre una carga máxima y una mínima nula.

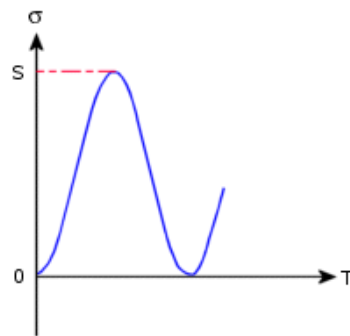


Figura 4.14. Esfuerzo alternante con base en cero

- *Relación de carga  $R$  definida por el usuario* (figura 4.15): El programa obtiene el valor máximo del estudio de referencia (considerando el factor de escala especificado) y calcula el valor mínimo multiplicando el primero por  $R$ . A continuación, el programa calcula la tensión alterna y media teniendo en cuenta el valor máximo y mínimo del esfuerzo. Este sería el caso de un resorte que trabajase entre un valor máximo y un mínimo no nulo positivo de esfuerzo. Un resorte con una compresión inicial podría trabajar así.

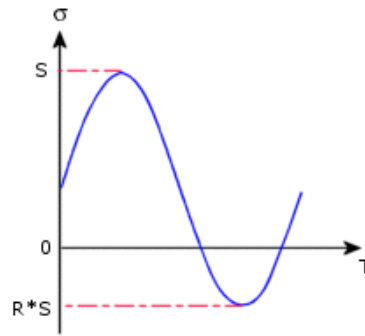


Figura 4.15. Esfuerzo alternante con relación de carga  $R$  definida

La cantidad de daño causada por fatiga depende no solamente de la tensión alterna sino también de la tensión media como ya se estudió en el capítulo 3. Por ejemplo, a igualdad de tensión alterna, cuanto mayor sea la componente media, mayor será el daño (figura 4.16). La tensión media es cero sólo cuando la carga es totalmente reversible, cosa que no ocurre en los resortes helicoidales de compresión.

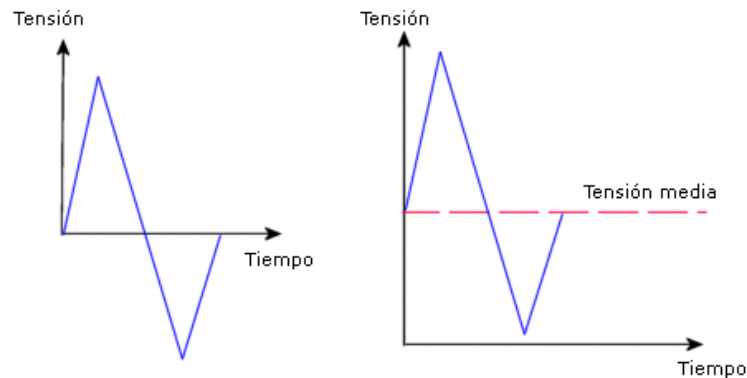


Figura 4.16. Esfuerzo fluctuante con media nula y esfuerzo con tensión media no nula

El programa evalúa la seguridad frente al fallo de fatiga para vida infinita comparando la resistencia a la fatiga del material  $S_e$  para el número de ciclos a estudiar frente a una tensión alterna equivalente o corregida  $S_{ca}$ .

$$\eta = \frac{S_e}{S_{ca}} \quad (\text{Ecuación 4.1})$$

Esta tensión alterna equivalente no es más que la tensión alterna resultado de la intersección de la línea de vida constante (diagrama de Haigh) que pasa por el punto definido por los valores de esfuerzo medio y alternante con el eje de ordenadas (componente alterna). Esta recta de vida constante intersecta con el eje de abscisas en el punto correspondiente al criterio de fallo elegido ( $S_{ut}$  en Goodman y Gerber y  $S_y$  en Soderberg). Por ejemplo, para el criterio de Goodman (ecuación 3.44):

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1$$

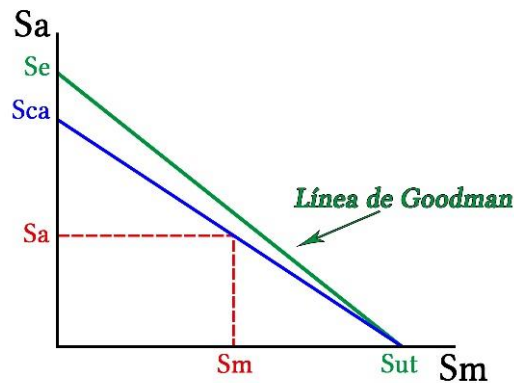
En este caso,  $S_e$  es la intersección de la línea de vida infinita con el eje correspondiente a las tensiones alternantes (ordenadas). Si se sustituye este valor por el de  $S_{ca}$  se obtiene:

$$\frac{S_a}{S_{ca}} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1$$

Y si se aísla  $S_{ca}$ :

$$S_{ca} = \frac{S_a}{1 - \frac{S_m}{S_{ut}}}$$

De este modo se obtiene la tensión alternante corregida que utiliza el programa para calcular el factor de seguridad (también nombrado factor de carga por SolidWorks). En la figura 4.17 se representa gráficamente.



*Figura 4.17. Línea de Goodman. Tensión alterna corregida*

De igual manera se puede realizar la operación homóloga con otros criterios de fallo como Gerber o Soderberg. La tabla 4.1 resume los tres criterios.

El programa siempre utiliza la tensión de von Mises para calcular la tensión media, independientemente del tipo de esfuerzo evaluado en la tensión alterna (Von Mises, primera tensión principal, etc).

Método	Ecuación
<b>Criterio de Goodman</b>	$S_{ca} = \frac{S_u S_a}{S_u - S_{mean}} = \frac{S_a}{1 - \left(\frac{S_{mean}}{S_u}\right)}$
<b>Criterio de Gerber</b>	$S_{ca} = \frac{S_a}{1 - \left(\frac{S_{mean}}{S_u}\right)^2}$
<b>Criterio de Soderberg</b>	$S_{ca} = \frac{S_y S_a}{S_y - S_{mean}} = \frac{S_a}{1 - \left(\frac{S_{mean}}{S_y}\right)}$

Tabla 4.1. Fórmulas para calcular la tensión alternante equivalente o corregida

#### 4.3.5.3 Estudio de análisis de fatiga. Trazados de fatiga

Para realizar un análisis de fatiga en SolidWorks Simulation se suele seguir la siguiente metodología:

1. Se crean uno o varios estudios estáticos lineales o no lineales.
2. Se crea un estudio de fatiga y se definen sus propiedades.
3. Se agregan los sucesos de cargas basado en un estudio estático de referencia determinando el tipo de carga y sus características.
4. Se configuran o se definen las curvas SN del material.
5. Se selecciona si se quieren los resultados en todos los nodos o en los de la superficie.
6. Se ejecuta el estudio de fatiga.
7. Se visualizan y analizan los resultados mediante trazados de fatiga.

Después de realizar y ejecutar un análisis de fatiga, se pueden visualizar los resultados mediante trazados de vida, daño y factor de seguridad para el modelo. El trazado de vida y factor de seguridad solo están disponibles cuando solo se define un suceso de fatiga.

Supóngase que se ha ejecutado un estudio estático, definido un estudio de fatiga en el cual solo existe un suceso de fatiga aplicado N veces, tal como se representa en el diagrama S-N de la figura 4.18. El programa determina una tensión alterna corregida a partir del valor de tensión del estudio estático para cada nodo.

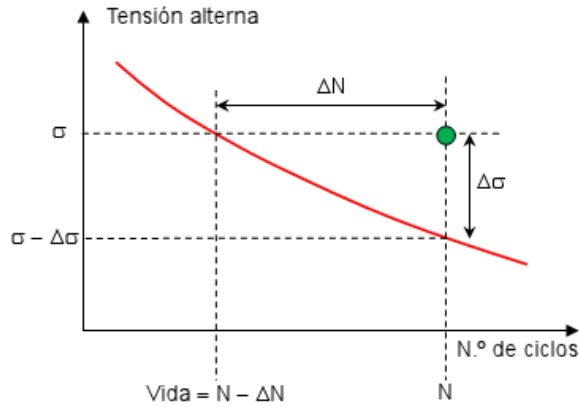


Figura 4.18. Esfuerzo alternante corregido sobre una curva S-N

En la figura 4.18, el punto verde representa la tensión alterna (coordenada Y) y el número de ciclos que ocurre el suceso (coordenada X) para un nodo. Se puede producir uno de los siguientes tres resultados en cada nodo:

- El punto se encuentra por encima de la curva. Existe fallo a fatiga.
- El punto se encuentra por debajo de la curva. No hay fallo a fatiga.
- El punto se encuentra fuera del intervalo de la curva S-N. En el modelo, la tensión alterna corregida mayor debe estar dentro del intervalo de tensión de la curva S-N. Además, el número de ciclos (N) debe estar dentro del intervalo de ciclos de dicha curva. De lo contrario, el programa utiliza el punto final de la curva S-N.

El *trazado de vida* describe el número de ciclos que producen fallo a fatiga en el modelo. En la figura 4.18 se representa como la intersección entre la línea horizontal para  $\sigma$  y la curva S-N. El valor de vida se puede definir como:

$$Vida = N - \Delta N \quad (Ecuación 4.2)$$

El *trazado de daño* muestra el porcentaje de daño acumulado o porcentaje de vida consumida. Un valor de 1 indica que los sucesos de fatiga definidos consumen el 100% de la vida del modelo.

$$Daño = N / (N - \Delta N) \quad (Ecuación 4.3)$$

El *trazado de factor de seguridad o de carga* para vida infinita se expresa en la ecuación 4.1. En el caso de que se produzca fallo por fatiga (vida finita), el programa utiliza la ecuación 4.4.

$$Fds = \frac{\sigma - \Delta\sigma}{\sigma} \quad (Ecuación 4.4)$$

## **CAPÍTULO 5. MODELIZADO DE RESORTES**

### **HELICOIDALES DE COMPRESIÓN**

En este capítulo se va a describir el procedimiento para modelizar en Solid Works un resorte helicoidal de compresión con diferentes tipologías de extremos (simple, simple y rectificando, cerrado y cerrado y rectificando). También se mencionará rápidamente el modelizado de otros tipos de resortes helicoidales que finalmente no se han estudiado en profundidad. No se trata de un manual completo sobre diseño, por lo que se obviarán conceptos y se simplificará la explicación, siendo necesario tener unos conceptos previos mínimos en diseño asistido por ordenador con herramientas de este tipo.

#### **5.1 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS SIMPLES**

El primer paso es la creación de un nuevo documento tipo *Pieza*.

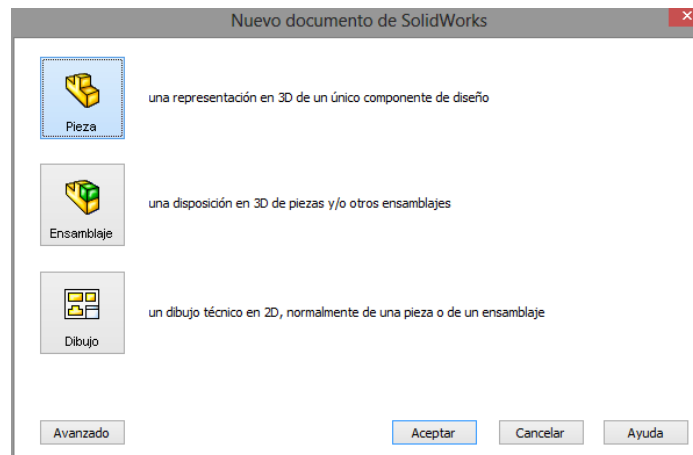


Figura 5.1. Selección del tipo de Nuevo Documento

Sobre el plano *Alzado* se crea un croquis y se dibuja un círculo que corresponderá al patrón con el que se generará la hélice del resorte. Por ello, su diámetro será igual al *Diámetro medio D* del resorte. Se insertará una *cota inteligente* (cota que permite la posterior alteración de la geometría) en este círculo para así poder modificar después el *diámetro medio D*.

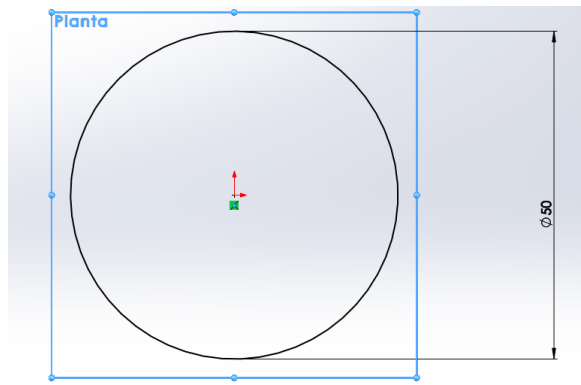


Figura 5.2. Vista del croquis del círculo

A continuación, se selecciona en la barra de herramientas *Insertar/Curva/Hélice y Espiral* para crear la hélice con la que se construirá el resorte. Cabe destacar que para poder insertar una curva de este tipo, se tiene que seleccionar un croquis que contenga un círculo. Aparecerá entonces el *Property Manager* (figura 5.3) de esta herramienta, que se va a comentar a continuación. El *Property Manager* es el administrador de las propiedades de las herramientas y funciones de SolidWorks.

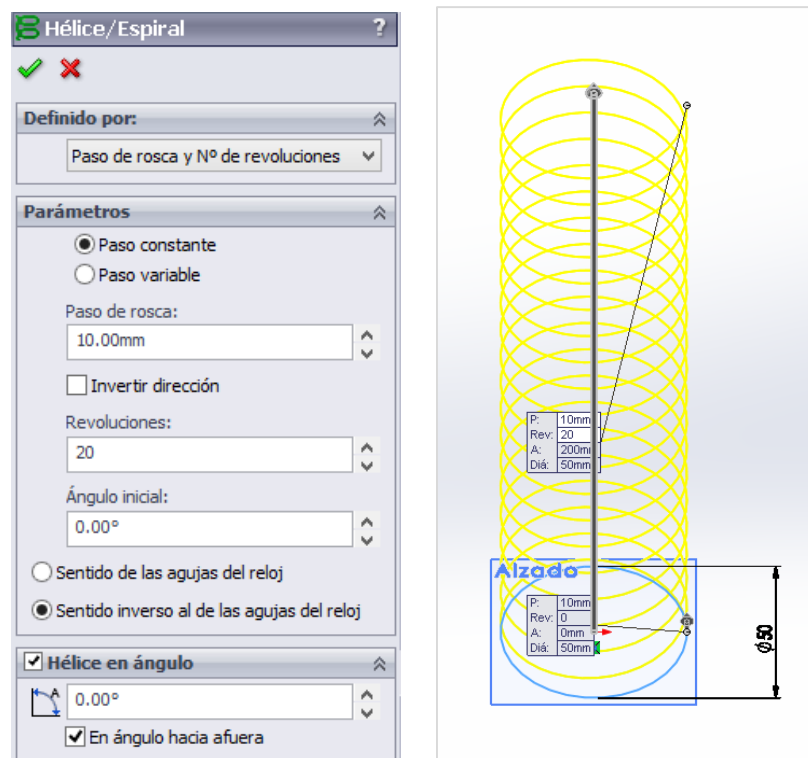


Figura 5.3. Property Manager de Hélice/Espiral y Hélice generada



1. *Definido por* especifica el tipo de curva (hélice o espiral) y qué parámetros se deben utilizar para definirla.

- *Paso de rosca y N° de revoluciones*: Crea una hélice definida por el paso y las revoluciones.
- *Altura y N° de revoluciones*: Crea una hélice definida por la altura y las revoluciones.
- *Altura y paso de rosca*: Crea una hélice definida por la altura y el paso de rosca.
- *Espiral*: Crea una espiral definida por el paso de rosca y las revoluciones.

2. *Parámetros* define los parámetros de la curva. La selección que se realice en *Definido por* determina qué parámetros están disponibles.

*Paso constante*: Crea una hélice con un paso de rosca constante.

*Paso variable*: Crea una hélice con un paso de rosca que varía según los parámetros de región que se especifique.

A continuación se describen los parámetros disponibles para definir una hélice o espiral.

- *Altura*: Establece la altura.
- *Paso de rosca*:
  - Para hélices: Define el paso o distancia entre giros.
  - Para espirales: Define la distancia radial entre las revoluciones de la curva.
- *Revoluciones*: Establece el número de rotaciones.
- *Invertir dirección*:
  - Para hélices: Extiende la hélice hacia atrás desde el punto de origen.
  - Para espirales: Crea una espiral hacia dentro.
- *Ángulo inicial*: Establece dónde se inicia la primera rotación sobre el círculo croquizado.
- *Sentido de las agujas del reloj*: Establece la dirección de las revoluciones en el sentido de las agujas del reloj.
- *En sentido contrario a las agujas del reloj*: Establece la dirección de las revoluciones en el sentido contrario a las agujas del reloj.
- *Hélice en ángulo*: Crea una hélice en ángulo.

Hasta ahora se ha definido un *diámetro medio*  $D$  de 50 mm, un paso de 10 mm y un número de espiras de 20. Además, se selecciona un *diámetro de alambre*  $d$  de 5 mm. Según el problema, las características o la geometría se pueden variar con estas magnitudes.

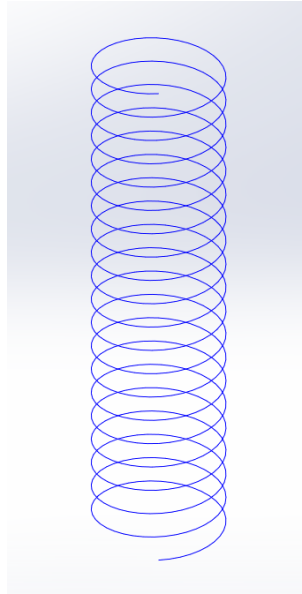


Figura 5.4. Hélice dimensionada según valores de la figura 5.3

El siguiente y último paso para modelizar un resorte helicoidal de compresión con extremos simples es la extrusión del alambre a lo largo de la hélice.

Para realizar esta operación, es necesario, en primer orden, crear un nuevo plano coincidente a uno de los extremos de la hélice. Se selecciona *Insertar/Superficie de referencia/Plano*.

El *Property Manager* solicita que se definan unas referencias para así poder crear el plano. Se elige el extremo como primera referencia y la hélice como segunda, de este modo creará un plano coincidente al extremo y perpendicular a la hélice (figura 5.4).

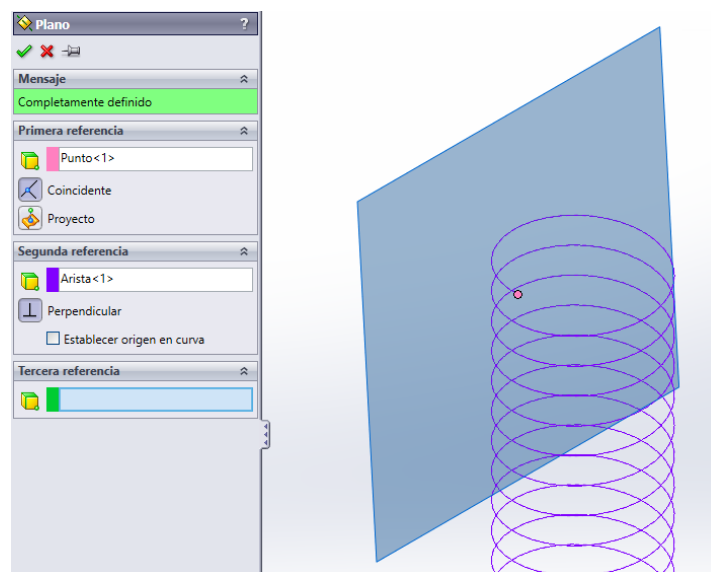
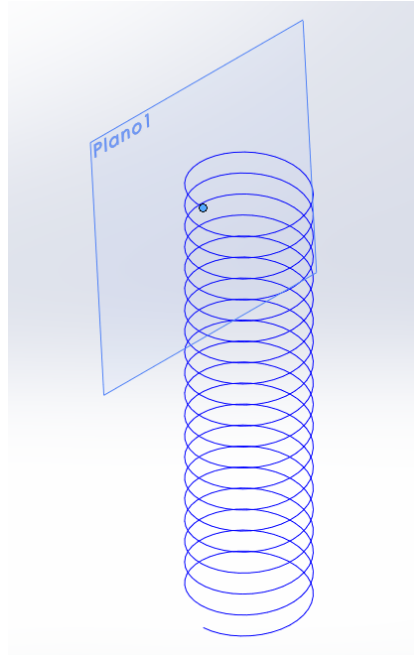


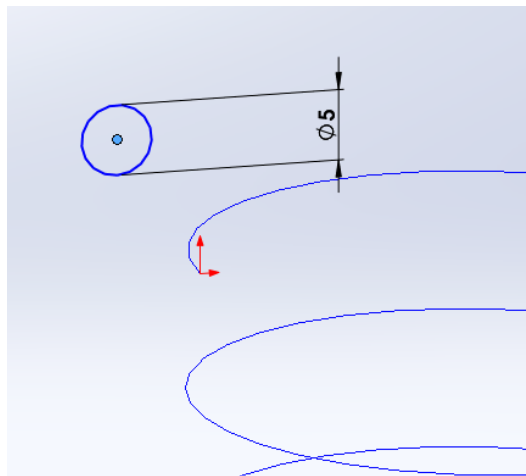
Figura 5.4. Plano coincidente al extremo y perpendicular a la hélice completamente definido

En la figura 5.5 se representa el nuevo plano generado.



*Figura 5.5. Nuevo plano definido*

Ahora se dibuja un círculo sobre el nuevo plano definido (figura 5.6), haciéndolo coincidente al extremo de la hélice. Se inserta una *cota inteligente* para poder modificar el diámetro de éste. De esta forma se puede modificar la geometría del resorte solamente cambiando el valor de los parámetros como el diámetro medio, diámetro de alambre, paso, número de revoluciones, etc.



*Figura 5.6. Detalle del croquis sobre el plano definido.*

Haciendo click en botón derecho del ratón y accediendo a la opción *Agregar relaciones* se puede crear la relación entre el centro del círculo y la hélice (figura 5.7).

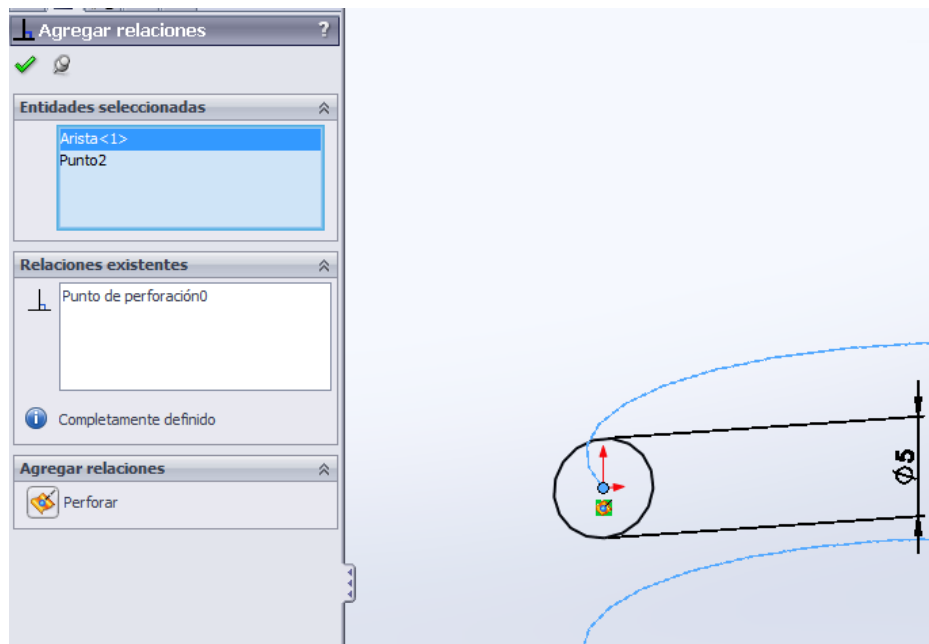


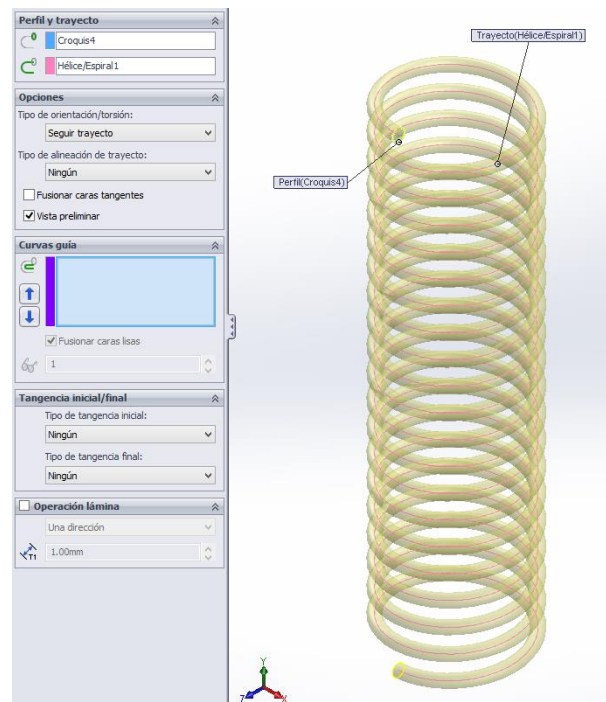
Figura 5.7. Detalle del croquis sobre el plano definido con centro coincidente con la hélice.

Esta es la forma correcta de modelizar un resorte, pero existe otra posibilidad, que consiste en realizar el croquis del alambre sobre la vista lateral, de modo que el círculo quede coplanario a este plano. De esta forma se asegura que al aplicar las fuerzas sobre esta superficie, se apliquen sobre una cara vertical, evitando que la carga se administre oblicuamente. Si en la simulación el resultado no es favorable, se debe realizar esta modificación.

Por último, se realiza el *barrido* de este círculo sobre la hélice para así generar el sólido que conforma el resorte. Seleccionando el croquis y pulsando en *Operaciones* se escoge *Saliente/Base barrido* (figura 5.8).

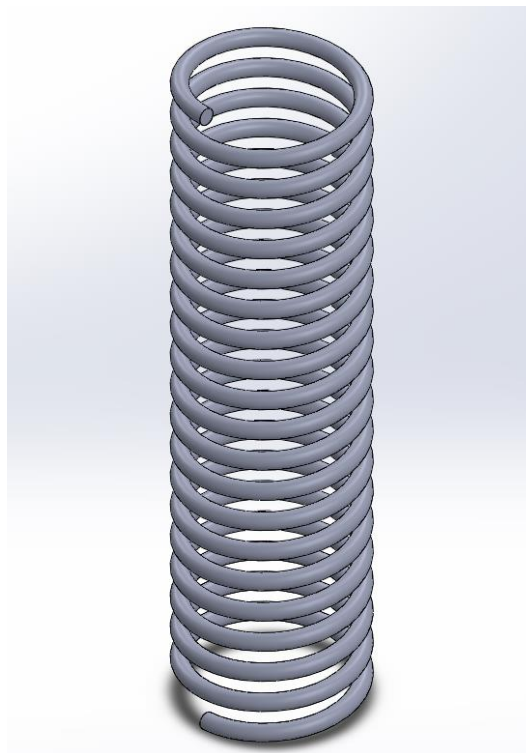
En la *opción de perfil* se elige el croquis y en *Ruta* la hélice. Así el programa creará el resorte sólido barriendo el alambre sobre la hélice.

El resto de opciones no tienen gran importancia para el desarrollo de un resorte helicoidal de compresión, por ello se ha obviado comentar nada acerca de ellas.



*Figura 5.8. Barrido del resorte*

Con esto ya está totalmente modelizado el resorte helicoidal de compresión con extremos simples (figura 5.9).



*Figura 5.9. Resorte helicoidal de compresión con extremos simples.*

Atendiendo a las medidas definidas en este ejemplo y utilizando las ecuaciones presentadas en la tabla 3.2, se resumen las características geométricas del resorte del ejemplo en la tabla 5.1.

Término	Extremos simples
<b>Número de espiras de los extremos <math>N_e</math></b>	0
<b>Número total de espiras <math>N_t</math></b>	20
<b>Número de espiras activas <math>N_a</math></b>	20
<b>Paso <math>p</math></b>	10 mm
<b>Diámetro medio <math>D</math></b>	50 mm
<b>Diámetro del alambre <math>d</math></b>	5 mm
<b>Índice del resorte <math>C</math></b>	10
<b>Longitud libre <math>L_f</math></b>	$L_f = d + pN_a = 5 + 10 \cdot 20 = 205$ mm
<b>Longitud sólida <math>L_s</math></b>	$L_s = d(N_t + 1) = 5 \cdot (20 + 1) = 105$ mm

Tabla 5.1. Características del resorte helicoidal de compresión de la figura 5.9

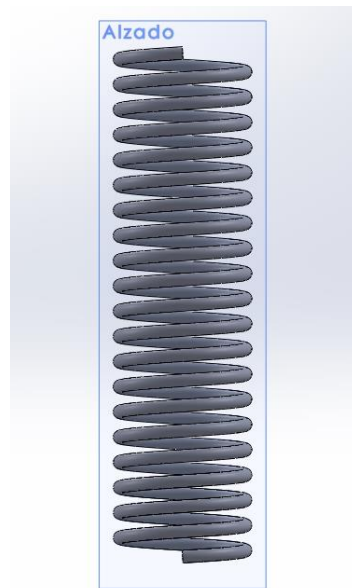
## **5.2 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS SIMPLES Y RECTIFICADOS**

Este tipo de resorte es, básicamente, un resorte helicoidal de compresión con extremos simples al que se le han mecanizado sus extremos, aplanándolos para mejorar la sujeción del mismo.

Para modelizar este se utilizará el resorte helicoidal de compresión con extremos simples visto en el anterior punto (figura 5.9 y tabla 5.1), al que se le rectificarán los extremos.

Se empleará la operación *Extruir corte*, que permite realizar sobre el material cortes, agujeros, vaciados, etc. Pero antes de ello hay que crear un croquis con la forma del corte deseado, ya que esta operación se basa en un croquis previo.

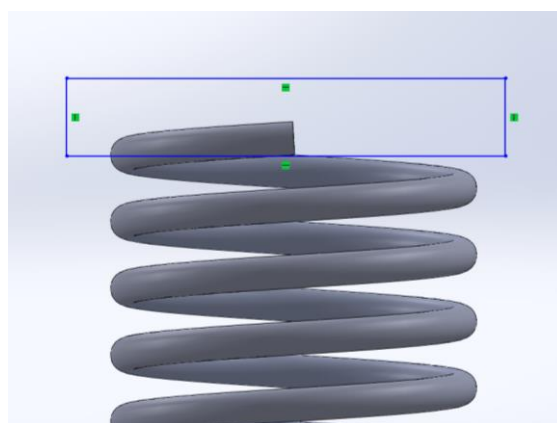
Dicho croquis se puede crear o bien en la vista lateral o en el alzado. En este caso se ha seleccionado el alzado como plano de croquizado (figura 5.10).



*Figura 5.10. Alzado del resorte*

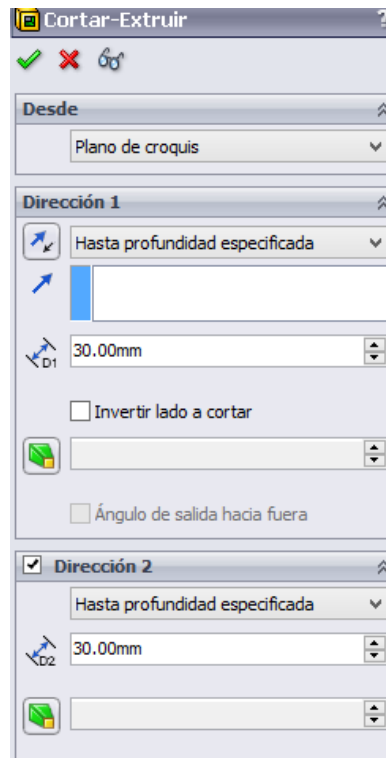
Se dibuja un rectángulo de medidas arbitrarias, pero teniendo en cuenta que su arista inferior debe coincidir con la superficie a rectificar (figura 5.11). La geometría se determina al alza, puesto que se posiciona manualmente el rectángulo.

Según lo visto, el número de espiras en los extremos en un resorte con este tipo de extremos es de una unidad en total, correspondiendo media espira a cada extremo, por ello, hay que extruir el corte de media espira aproximadamente. Esto es una idealización, puesto que luego, en la práctica, muchas veces no coincide con este número.



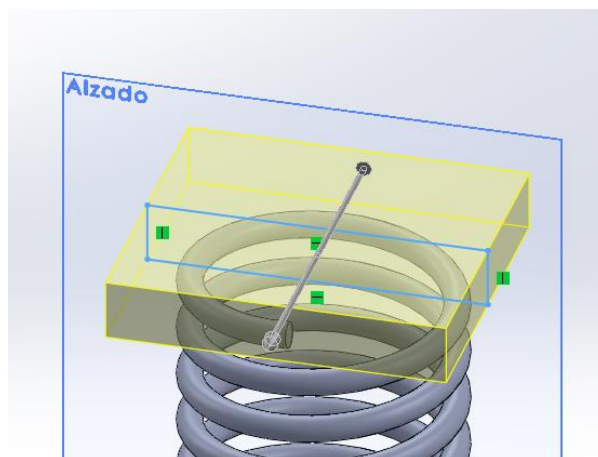
*Figura 5.11. Rectángulo croquizado*

Se escoge ahora la operación *Extruir corte* (figura 5.12).



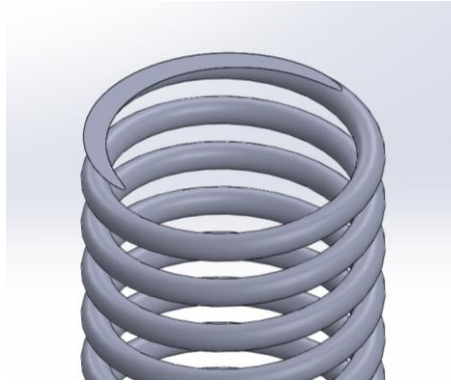
*Figura 5.12. Property Manager de la operación Extruir corte*

Se extruye el corte en las dos direcciones perpendiculares al plano que contiene el croquis. En las figuras 5.14 y 5.15 se muestran en detalle los extremos del resorte rectificandos.



*Figura 5.13. Detalle de la extrusión*



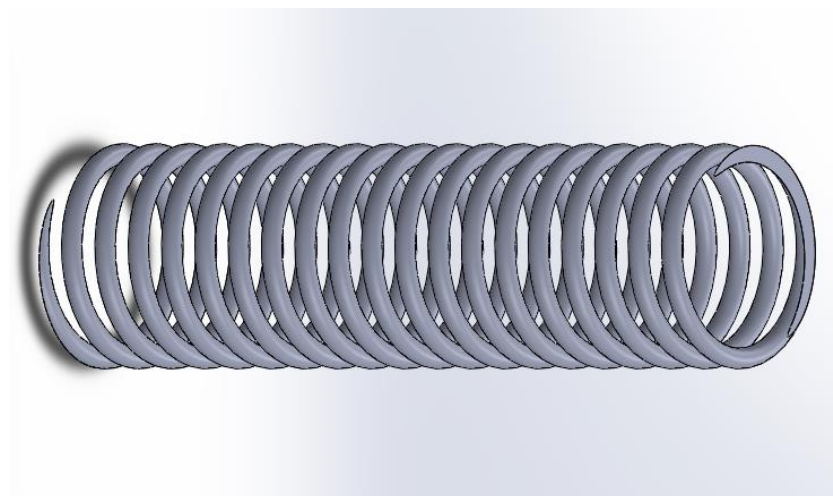


*Figura 5.14. Extremo simple rectificado.*



*Figura 5.15. Detalle del extremo rectificado*

En las anteriores figuras se comprueba que se ha rectificado aproximadamente media espira. Se repite la misma operación en el otro extremo del resorte para completar el modelo (figura 5.16).



*Figura 5.16. Resorte helicoidal de compresión con extremos simples y rectificados.*

En la siguiente tabla (5.2) se resumen las características del resorte.

Término	Extremos simples y rectificadas
<b>Número de espiras de los extremos <math>N_e</math></b>	1
<b>Número total de espiras <math>N_t</math></b>	20
<b>Número de espiras activas <math>N_a</math></b>	19
<b>Paso <math>p</math></b>	10 mm
<b>Diámetro medio <math>D</math></b>	50 mm
<b>Diámetro del alambre <math>d</math></b>	5 mm
<b>Índice del resorte <math>C</math></b>	10
<b>Longitud libre <math>L_f</math></b>	$L_f = p(N_a + 1) = 10 \cdot (19 + 1) = 200$ mm
<b>Longitud sólida <math>L_s</math></b>	$L_s = dN_t = 5 \cdot 20 = 100$ mm

Tabla 5.2. Características del resorte helicoidal de compresión de la figura 5.16

Las cargas sobre este resorte se aplican sobre las superficies rectificadas de los extremos. Para mejorar la distribución de las fuerzas sobre estas caras se puede optar por construir un ensamblaje con el resorte modelizado y dos piezas cilíndricas sobre los extremos, de modo que la aplicación de la fuerza y la sujeción se realicen sobre dichas piezas, obteniendo así mejores resultados.

En primer lugar es necesario modelizar los cilindros sobre los que se aplican las fuerzas y sujeciones. Se vuelve a crear un documento tipo *pieza*, se dibuja un círculo y se utiliza la herramienta *Extruir* para generar el cilindro (la altura de dicho cilindro puede ser arbitraria, aunque no es recomendable que sea muy elevada). El diámetro de este cilindro debe ser igual al *diámetro exterior*  $D_e$  del resorte, es decir, el diámetro medio más una vez el *diámetro del alambre*  $d$ . En la figura 5.17 se muestra el cilindro modelizado.

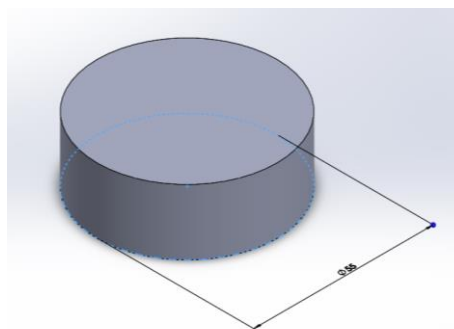
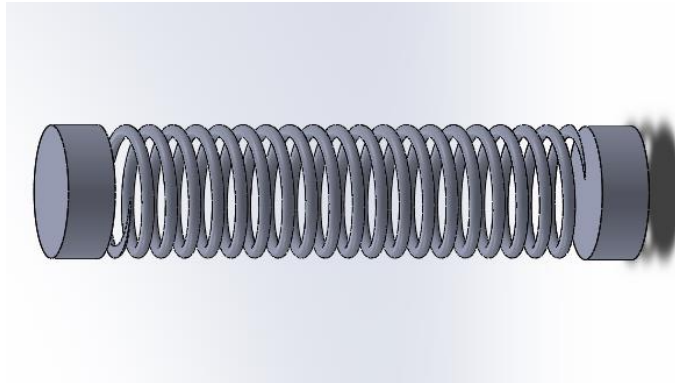


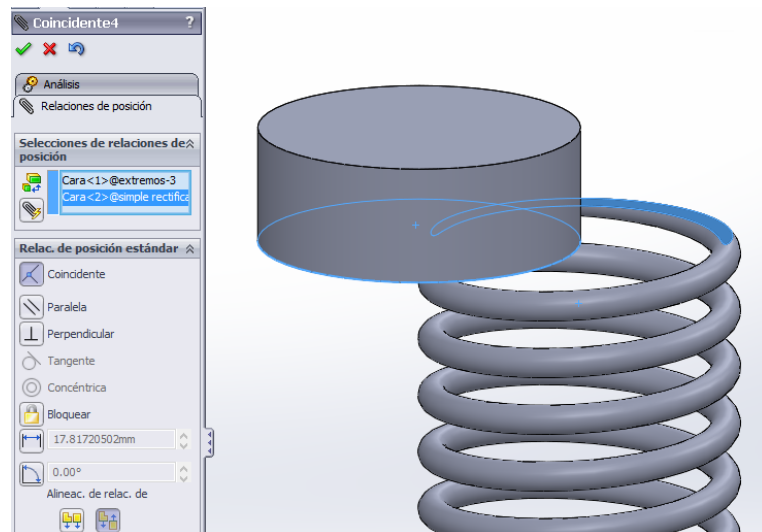
Figura 5.17. Cilindros para aplicación de la carga en resortes rectificadas

Una vez dimensionada esta pieza, se creará un nuevo documento de SolidWorks del tipo *Ensamblaje*. Tras ello, se insertan los componentes (dos veces el extremo y una vez el resorte con extremos rectificadas) como en la figura 5.18.



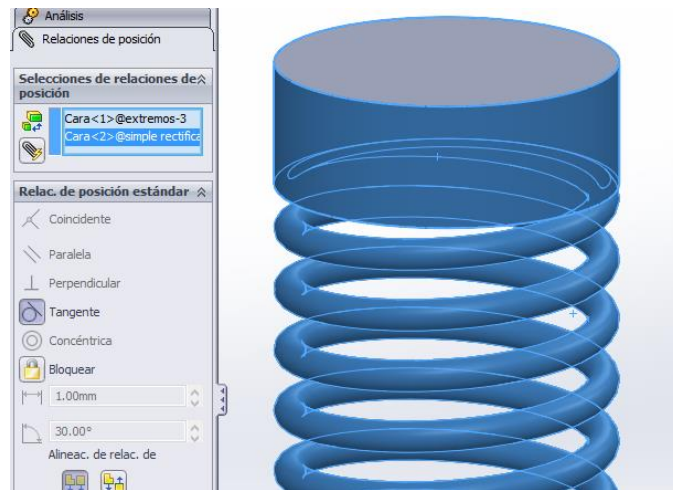
*Figura 5.18. Componentes del ensamblaje*

Una vez insertados los componentes hay que agregar las *Relaciones de posición* entre ellos para unirlos. La primera será entre la superficie rectificada del extremo y la base que está en contacto con ella del cilindro, así se unirán dichas piezas. Se seleccionan ambas superficies en el *Property Manager* (figura 5.19) de *Relación de posición* y se elige la relación de posición *Coincidente*.



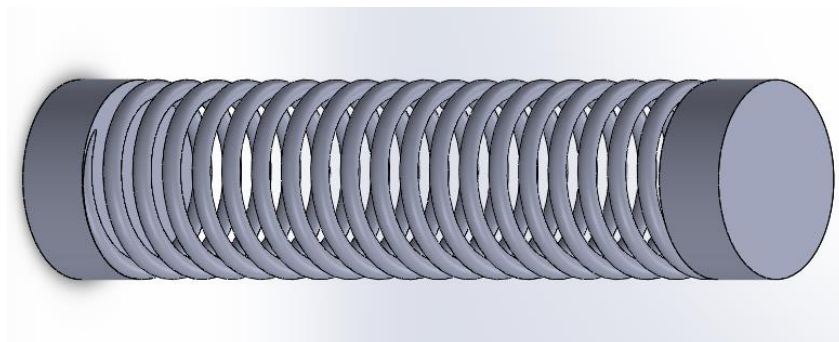
*Figura 5.19. Relación de posición entre componentes*

La segunda relación de posición se aplica entre la cara lateral del cilindro y el propio resorte. En este caso se seleccionará la relación de posición *Tangente*, (figura 5.20) quedando definido el ensamblaje entre ambas piezas.

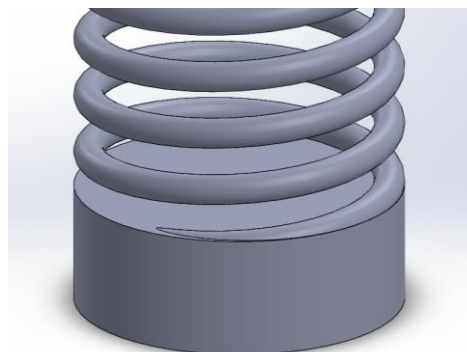


*Figura 5.20. Relación de posición entre componentes*

Se repite la misma operación descrita para el otro extremo del resorte, obteniendo el ensamblaje de la figura 5.21. Esta composición será la que se utilizará posteriormente para el análisis y simulación bajo de los resortes con SolidWorks Simulation.



*Figura 5.21. Ensamblaje en resorte con extremos simples y rectificados*



*Figura 5.22. Detalle del ensamblaje*

### 5.3 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS CERRADOS

La particularidad de este tipo de resorte frente a los vistos con anterioridad es que sus extremos terminan formando un ángulo recto respecto al eje longitudinal del resorte.

La primera posibilidad es la de crear una hélice con paso variable, seleccionando un paso mínimo (igual o aproximado al diámetro del alambre) para las dos espiras de los extremos. El problema reside en que esta herramienta no realiza esa transición entre los dos valores de paso instantáneamente, sino que lo hace paulatinamente, por ello no es válida esta opción y hay que buscar otra.

La opción elegida finalmente es la de unir 3 hélices distintas. Una corresponderá al cuerpo del resorte, y las otras dos a los extremos (con paso igual al diámetro del alambre). Tras esto se hará un barrido igual que se hizo en los otros ejemplos.

Se parte de una hélice para el cuerpo de 15 revoluciones, con un paso de 13 mm y un diámetro medio de 60 mm (figura 5.23).

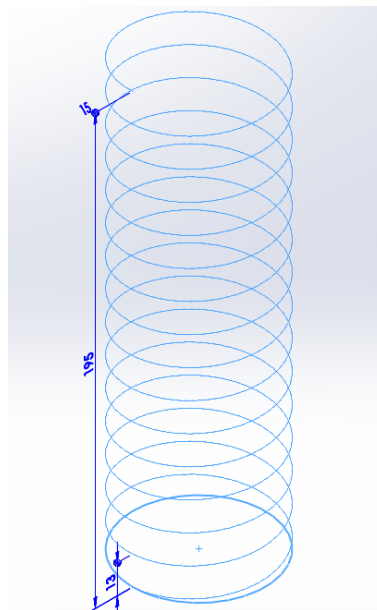
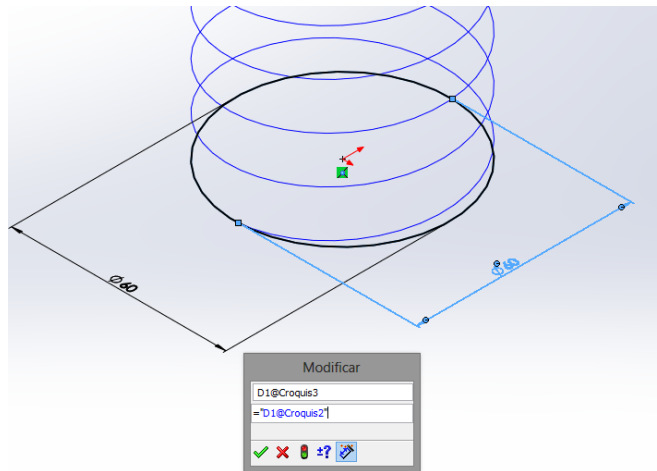


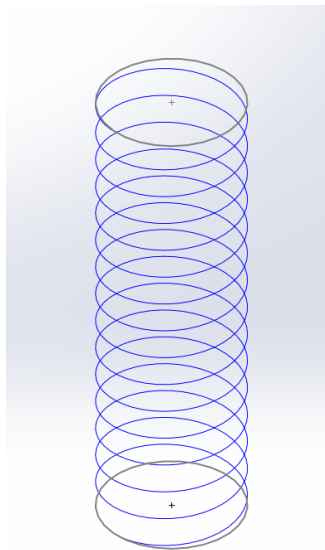
Figura 5.23. Hélice del cuerpo

Ahora hay que crear dos hélices más en los extremos. Como se tiene que partir de un círculo para crearla, es necesario crear un croquis en los extremos de esta hélice (figura 5.25). En un caso se puede utilizar la planta para dibujarlo, pero en el caso del extremo superior será necesario crear un plano (coincidente al extremo de la hélice y paralelo a la planta). Las circunferencias dibujadas deben tener la misma cota que la del cuerpo. Para futuras modificaciones, es interesante generar una relación de igualdad entre las cotas inteligentes

de estos círculos y la del cuerpo, de modo que si se varía con posterioridad el croquis, se pueda cambiar automáticamente todo (figura 5.24).



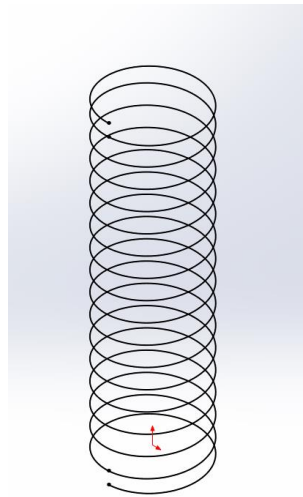
*Figura 5.24. Relación de cotas*



*Figura 5.25. Croquis en los extremos*

Ahora se crearán las dos hélices de una revolución cada una con un paso ligeramente superior al diámetro del alambre (entorno a una décima) para evitar problemas en el barrido. El diámetro del alambre será de 8 mm.

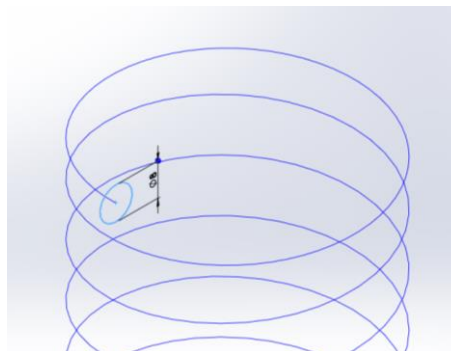
Una vez hecho esto, se convierten las tres hélices en una sola con la opción *Convertir unidades* en un nuevo croquis (figura 5.26). Así se podrá interactuar con una sola entidad de croquis, ahorrando más pasos intermedios para la terminación el modelo.



*Figura 5.26. Vista del resorte en la aplicación de Convertir unidades.*

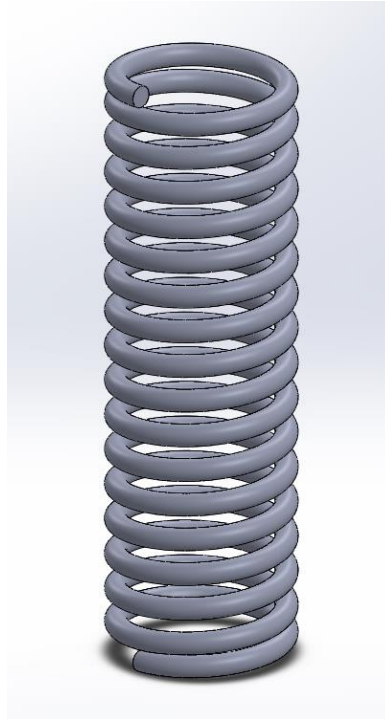
Una vez convertidas las tres hélices en una sola unidad se ajustarán las tres entidades con la herramienta *Ajustar a spline*, esto permite suavizar los cambios de dirección en las curvas y así mejorar las transiciones geométricas. Posteriormente se comentará la importancia de este paso para crear un buen modelo.

De igual manera que se hizo en los ejemplos que preceden a este, se croquizará un círculo coincidente sobre el extremo de la hélice (figura 5.27). No se inserta un nuevo plano ya que este sería muy similar a la propia vista lateral, por ello se puede utilizar esta misma.

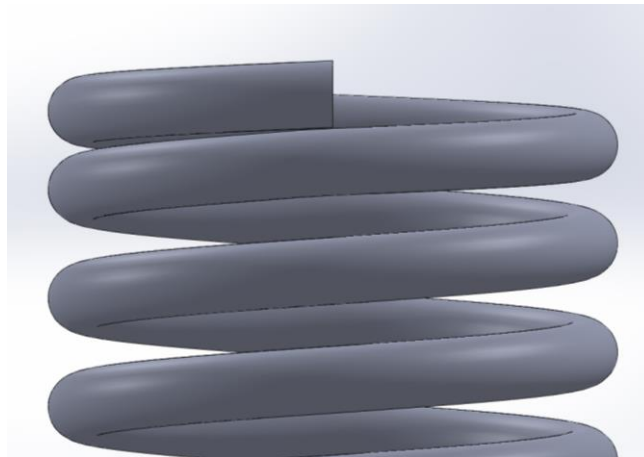


*Figura 5.27. Croquis del alambre*

Por último, se ejecutará el barrido del alambre sobre el croquis completo para generar el modelo definitivo del resorte helicoidal de compresión con extremos cerrados (figura 5.28).



*Figura 5.28. Resorte helicoidal de compresión con extremos cerrados*



*Figura 5.29. Detalle de los extremos cerrados*

Si no se hubiese aplicado la *spline* el resultado hubiese sido el de la figura 5.30. Habría un cambio de geometría ligero en la unión entre hélices. Esto provocaría una pequeña concentración de esfuerzos que no es deseable.



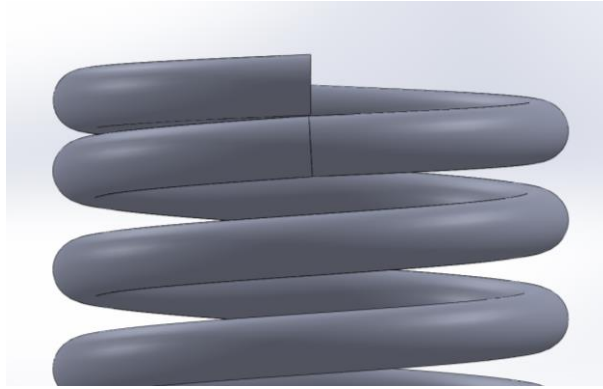


Figura 5.30. Resorte modelizado sin aplicación de spline

Un resumen de las características del resorte:

Término	Extremos cerrados
<b>Número de espiras de los extremos <math>N_e</math></b>	2
<b>Número total de espiras <math>N_t</math></b>	17
<b>Número de espiras activas <math>N_a</math></b>	15
<b>Paso <math>p</math></b>	13 mm
<b>Diámetro medio <math>D</math></b>	60 mm
<b>Diámetro del alambre <math>d</math></b>	8 mm
<b>Índice del resorte <math>C</math></b>	7,5
<b>Longitud libre <math>L_f</math></b>	$L_f = pN_a + 3d = 13 \cdot 15 + 3 \cdot 8 = 219$ mm
<b>Longitud sólida <math>L_s</math></b>	$L_s = d(N_t + 1) = 8 \cdot (17 + 1) = 144$ mm

Tabla 5.3. Tabla 5.2. Características del resorte helicoidal de compresión de la figura 5.28

#### **5.4 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS CERRADOS Y RECTIFICADOS**

En este caso hará lo homólogo a lo que se hizo en el caso de extremos simples y rectificados. Se creará un croquis de un rectángulo para luego extruir el corte sobre ambos extremos. En este caso habrá que rectificar una revolución completa aproximadamente. Las figuras 5.31 y 5.32 muestran el resorte definido y el detalle del extremo rectificado.

Al igual que para el resorte con extremos simples y rectificados, para la simulación de este tipo de resorte se construirá el ensamblaje con los dos cilindros en los extremos, de la misma forma descrita en el apartado 5.2.

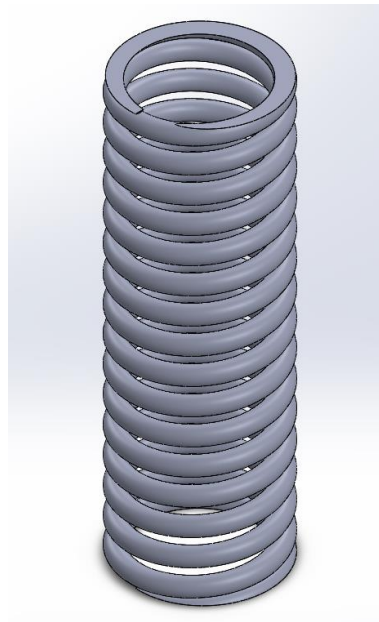


Figura 5.31. Resorte helicoidal de compresión con extremos cerrados y rectificados

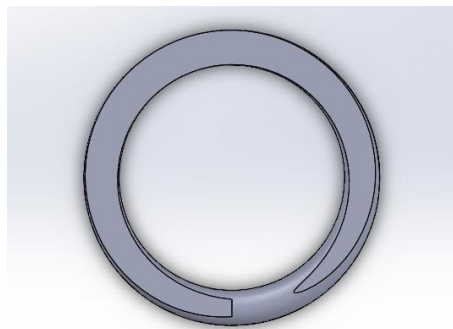


Figura 5.32. Detalle del extremo rectificado

Características del resorte:

Término	Extremos cerrados
<b>Número de espiras de los extremos <math>N_e</math></b>	2
<b>Número total de espiras <math>N_t</math></b>	17
<b>Número de espiras activas <math>N_a</math></b>	15
<b>Paso <math>p</math></b>	13 mm
<b>Diámetro medio <math>D</math></b>	60 mm
<b>Diámetro del alambre <math>d</math></b>	8 mm
<b>Índice del resorte <math>C</math></b>	7,5
<b>Longitud libre <math>L_f</math></b>	$L_f = pN_a + 2d = 13 \cdot 15 + 3 \cdot 8 = 211$ mm
<b>Longitud sólida <math>L_s</math></b>	$L_s = dN_t = 8 \cdot 17 = 136$ mm

Tabla 5.4. Tabla 5.2. Características del resorte helicoidal de compresión de la figura 5.31

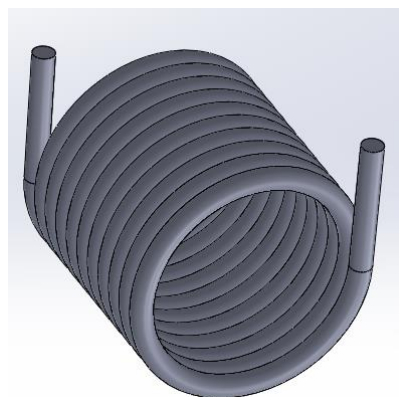
## **5.5 RESORTES HELICOIDALES DE EXTENSIÓN Y TORSIÓN**

A pesar de centrarse este proyecto en el estudio de resortes helicoidales de compresión, también se intentaron modelizar y estudiar los resortes helicoidales de extensión y torsión, pero los resultados no fueron aceptables. A continuación se muestra un modelo de resorte de extensión y otro de torsión.

El principal inconveniente encontrado en la creación de resortes helicoidales de extensión ha sido en la construcción de los ganchos, donde no se ha logrado un buen dimensionado de la geometría, algo que produce problemas en el mallado y la ejecución del estudio. El cuerpo se construye del mismo modo que para los resortes de compresión, con la única diferencia que el paso será igual al diámetro del alambre. En la figura 5.33 se muestra un ejemplo de resorte helicoidal de extensión y en la figura 5.34 un resorte helicoidal de torsión dimensionado correctamente.



*Figura 5.33. Resorte helicoidal de extensión*



*Figura 5.34. Resorte helicoidal de torsión*

## CAPÍTULO 6. CÁLCULO Y SIMULACIÓN DE RESORTES

En este capítulo se va a realizar el cálculo de resortes bajo cargas estáticas y cíclicas con los métodos analíticos y el software de SolidWorks Simulation.

En primer lugar se realizarán los cálculos con los métodos teóricos clásicos expuestos en este proyecto. Posteriormente se simulará el resorte con Solid Works comparando a posteriori ambos resultados. Se utilizarán los resortes modelizados en el anterior capítulo como ejemplo, con distintos materiales para cada ejemplo.

### 6.1 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS SIMPLES

En primer lugar se calculará un resorte helicoidal de compresión con los extremos simples. Se va a definir un enunciado que describirá las cargas soportadas por el resorte, así como las características, cargas y comprobaciones a calcular. Una vez realizados los cálculos analíticos se procederá a la simulación del resorte con el software.

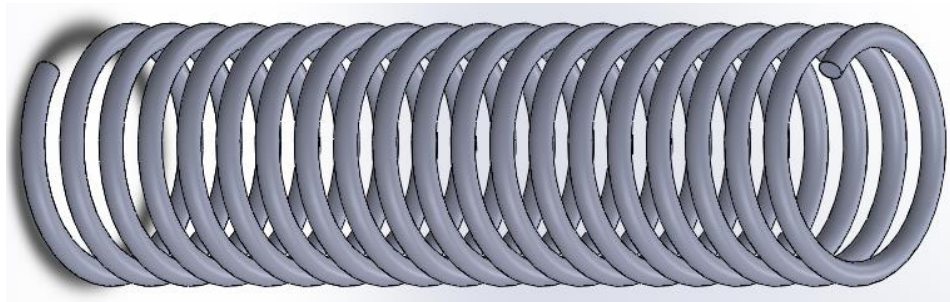


Figura 6.1. Resorte helicoidal de compresión con extremos simples

El resorte dimensionado tiene las siguientes características geométricas:

Término	Extremos simples
Número de espiras de los extremos $N_e$	0
Número total de espiras $N_t$	20
Número de espiras activas $N_a$	20
Paso $p$	10 mm
Diámetro medio $D$	50 mm
Diámetro del alambre $d$	5 mm
Índice del resorte $C$	10
Longitud libre $L_f$	$L_f = d + pN_a = 5 + 10 \cdot 20 = 205$ mm
Longitud sólida $L_s$	$L_s = d(N_t + 1) = 5 \cdot (20 + 1) = 105$ mm

Tabla 6.1. Características geométricas del resorte

**Enunciado:**

El material seleccionado para el resorte es un acero ASTM-A228 o alambre de piano, sin preesforzado ni granallado.

Este resorte deberá soportar una carga de 200 N y en su montaje se comprime 8 mm. El factor de seguridad mínimo debe ser de 2. Se debe comprobar que no produzca fallo por carga estática.

También se calculará: deflexión para dicha fuerza; razón de resorte; fuerza necesaria para lograr la longitud sólida (y comprobación a carga estática); fuerza necesaria para producir fallo estático; frecuencia natural; comprobación a pandeo.

El resorte operará bajo la carga máxima de 200 N, siendo necesaria una durabilidad infinita (un millón de ciclos).

**6.1.1 Cálculo con métodos clásicos**

Se aplican los métodos teóricos de cálculo para la comprobación del resorte.

**Características del material**

Atendiendo a la tabla 3.6:

		RANGO DE TAMAÑO		EXPONENTE	CONSTANTE $A_p$		G
MATERIAL		pulg	mm	m	ksi	Mpa	Mpa
ASTM A228	Alambre de piano	0,004-0,250	0,10-6,5	0,146	196	2170	80000

Y a la ecuación 3.57:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

Con el valor de diámetro de alambre d de 5 mm, se obtiene una  $S_{ut}$  de:

$$S_{ut} = \frac{2170}{5^{0,146}} = 1715,58 \text{ MPa}$$

Para calcular la resistencia a fluencia por torsión, se usarán las relaciones porcentuales respecto a la tensión última facilitadas en la tabla 3.7.

MATERIAL	SIN PREESFORZADO	CON PREESFORZADO
<b>Aceros al carbono estirados en frío (A228, A227)</b>	0,45	0,6 a 0,7

En este caso:

$$S_{sy} = 0,45 \cdot S_{ut} = 0,45 \cdot 1715,58 = 772 \text{ MPa}$$

Para el cálculo y comprobación a fatiga es necesaria la tensión a la rotura en torsión  $S_{su}$  y el esfuerzo admisible a fatiga  $S_{se}$ .

La tabla 3.8 muestra la relación porcentual entre la resistencia a la fatiga y la resistencia a la tensión  $S_{ut}$ .

MATERIAL	N °CICLOS	NO GRANALLADO	GRANALLADO
<b>Acero A228, acero inoxidable A313 y materiales no féreos</b>	$10^5$	0.36	0.42
	$10^6$	0.33	0.39
	$10^7$	0.30	0.36

$$S_{se} = 0,33 \cdot S_{ut} = 566,14 \text{ Mpa}$$

$$S_{su} = 0,67 \cdot S_{ut} = 1149,4 \text{ Mpa (ecuación 3.62)}$$

### ***Esfuerzos sobre el resorte***

Antes de calcular el esfuerzo máximo sobre el resorte, se obtendrán los diversos factores correctores mencionados en el capítulo 3.

*Factor del cortante transversal*  $k_d = 1 + \frac{0,5}{c} \quad ; \quad k_s = 1 + \frac{0,615}{c}$

*Factor de Wahl*  $k_w = \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0,615}{c}$

*Factor de Bergsträsser*  $k_B = \frac{4c+2}{4c-3}$

Factor	Valor
$k_d$	1,050
$k_s$	1,062
$k_w$	1,145
$k_B$	1,135

Tabla 6.2. Valor de los factores correctores

Una vez calculados los factores correctores se puede calcular el valor del esfuerzo máximo con la ecuación 3.7.

$$\tau_{max} = \frac{8 \cdot F \cdot k \cdot D}{\pi \cdot d^3} = \frac{8 \cdot 200 \cdot k \cdot 50}{\pi \cdot 5^3} = k \cdot 101,86 \text{ MPa}$$

Y los esfuerzos cortantes máximos con la corrección:

$\tau_{m\acute{a}x}$ (Mpa)			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
213,90	216,24	233,22	231,24

Tabla 6.3. Esfuerzo cortante máximo para distintos factores correctores aplicados

Aplicando la relación entre el esfuerzo cortante y el esfuerzo de Von Mises:

$$\sigma_{Von\ Mises} = \sqrt{3} \cdot \tau_{max}$$

Esfuerzo de Von Mises máximo:

$\sigma_{vm}$ (Mpa)			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
370,49	374,55	403,96	400,53

Tabla 6.4. Esfuerzo de Von Mises máximo para distintos factores correctores aplicados

A continuación se comprueba el factor de seguridad frente a carga estática de este resorte bajo una fuerza de 200N aplicando la ecuación 3.17.

$$\eta = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}}$$

Los resultados para los distintos factores correctores son:

$\eta$			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
3,61	3,57	3,31	3,34

Tabla 6.5. Factor de seguridad frente carga estática para distintos valores de factor corrector

Todos los valores son superiores a 2, por lo tanto, el resorte es seguro.

### Deflexión

La deflexión producida por la fuerza de 200 N se puede calcular con la siguiente expresión (ecuación 3.23):

$$\delta = \frac{8FD^3N_a}{d^4G} \left(1 + \frac{1}{2C^2}\right) = \frac{8 \cdot 200 \cdot 50^3 \cdot 20}{5^4 \cdot 80000} \cdot \left(1 + \frac{0,5}{10^2}\right) = 80,4 \text{ mm}$$

El término  $\left(\frac{0,5}{C^2}\right)$  tiende a ser muy pequeño, por ello se puede llegar a despreciar.

$$\delta = \frac{8FD^3N_a}{d^4G} = \frac{8 \cdot 200 \cdot 50^3 \cdot 20}{5^4 \cdot 80000} = 80 \text{ mm}$$

### Razón de resorte.

Para calcular la razón de resorte o constante elástica se utilizará esta expresión:

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{200}{80,4} = 2,49 \text{ N/mm}$$

De igual modo que en el apartado 6.1.1.3, el término  $\left(\frac{0,5}{C^2}\right)$  se puede eliminar, pudiendo calcular la constante como:

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{200}{80} = 2,50 \text{ N/mm}$$

Los resultados son prácticamente iguales.



**Fuerza necesaria para comprimir el resorte hasta su longitud sólida.**

Para calcular esta fuerza, primero es necesario calcular la deflexión necesaria para comprimir totalmente el resorte.

$$\delta_s = l_f - l_s = 205 - 105 = 100 \text{ mm}$$

La fuerza necesaria será:

$$F = \delta_s k = 100 \cdot 2,5 = 250 \text{ N}$$

Esta fuerza produce los siguientes esfuerzos:

$\tau_{\text{máx}}$ (Mpa)			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
267,38	270,31	291,53	289,06
$\sigma_{vm}$ (Mpa)			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
463,12	468,19	504,94	500,67
$\eta$			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
2,89	2,86	2,65	2,67

Tabla 6.6. Tensiones y factor de seguridad frente a carga estática para longitud sólida

En este caso el factor de seguridad es superior a 2, que es el factor de seguridad mínimo permitido, por lo tanto se encuentra dentro de la zona de seguridad.

**Fuerza necesaria para producir fallo por carga estática.**

No presentará fallo por carga estática ya que el resorte es seguro cuando alcanza su longitud sólida.

**Frecuencia natural**

La frecuencia natural de un resorte se puede calcular mediante la ecuación 3.34:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{kg}{W}}$$

El peso de la parte activa es (ecuación 3.36):

$$W = \frac{\pi^2 d^2 D N_a \gamma}{4} = \frac{\pi^2 \cdot 5^2 \cdot 50 \cdot 20 \cdot 76930 \cdot 10^{-9}}{4} = 4,74 \text{ N}$$

El *peso específico*  $\gamma$  del acero es 76.930 N/m<sup>3</sup>

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2,5 \cdot 9,81 \cdot 1000}{4,74}} = 35,96 \text{ Hz}$$

Para esta frecuencia el resorte entrará en resonancia, produciendo una amplitud vibratoria máxima, siendo este suceso muy perjudicial, pudiendo llegar a provocar un fallo del material. Es por ello que se suelen dimensionar los resortes con una frecuencia natural en torno a 15 o 20 veces mayor que la frecuencia de la fuerza o el movimiento del resorte.

### **Comprobación a pandeo**

Se procede a aplicar el método descrito por *Shigley*. Se comprueba que la longitud libre cumple la condición de estabilidad propuesta (ecuación 3.31).

$$L_f < \frac{\pi D}{\alpha} \left[ \frac{2(E - G)}{2G + E} \right]^{1/2}$$

Los extremos del resorte están apoyados sobre dos superficies planas paralelas, así que según la tabla 3.3 el valor de  $\alpha$  es de 0,5.

El *módulo elástico del material*  $E$  es de 193 GPa y su *Modúlo de elasticidad por cortante*  $G$  de 80 GPa.

$$L_f < \frac{\pi \cdot 50}{0,5} \left[ \frac{2(193 - 80)}{2 \cdot 80 + 193} \right]^{1/2}$$

$$L_f < 251,37 \text{ mm}$$

La longitud libre del resorte es de 205 mm. Verifica la condición, por lo tanto, no presenta problemas de pandeo.

Se comprueba con la gráfica proporcionada por Hamrock (figura 3.16).

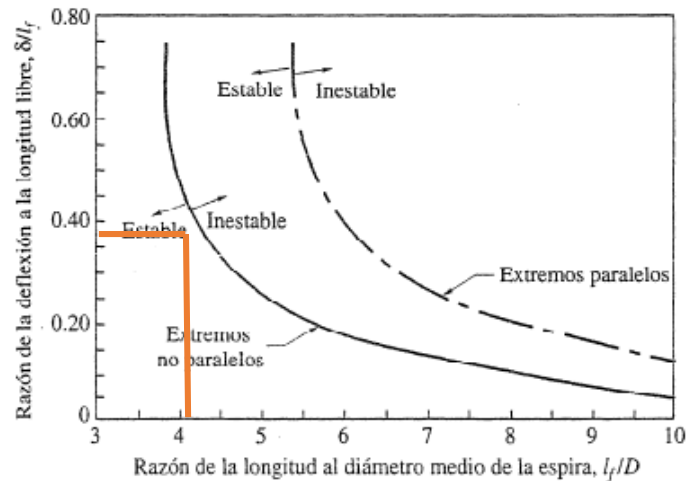


Figura 6.2. Comprobación de pandeo con la gráfica proporcionada por Hamrock

Para la fuerza definida en el problema de 200 N se produce una deflexión de 80 mm. La razón de deflexión a la longitud libre es de  $80/205=0,39$ . La razón de la longitud al diámetro medio de la espira es  $205/50=4,1$ .

El punto obtenido con estas coordenadas sobre la gráfica queda dentro del área estable. También se comprueba así que el resorte no presentará problemas de alabeo.

Para comprobar un resorte que produzca problemas de pandeo, se va a dimensionar uno que verifique sobre la figura 3.16 que provoca pandeo.

En este caso se tendría un resorte con las siguientes propiedades:

$l_f=160\text{mm}$ ;  $D=15\text{mm}$ ;  $d=2\text{mm}$ ;  $N_t=20$ ;  $\delta=80\text{mm}$ ;  $l_f/D=10,6$ ;  $\delta/l_f=0,5$

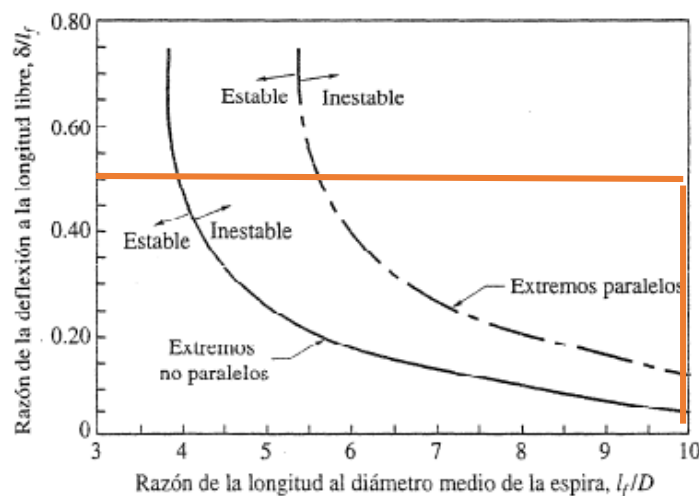


Figura 6.3. Comprobación de pandeo con la gráfica proporcionada por Hamrock

Si se simulase este resorte bajo carga y se estudia su deformada, se tendría la siguiente figura, donde se ve claramente que el resorte sufre problemas de pandeo.

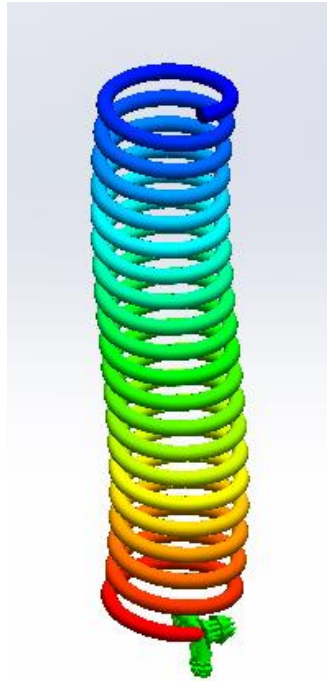


Figura 6.4. Resorte inestable con problemas de pandeo

### **Fatiga**

En este punto se va a proceder a comprobar si el resorte cumple la condición de vida infinita. El resorte se monta con una compresión inicial, por lo tanto existirá una fuerza mínima que actúa sobre el resorte aunque la máquina o elemento no esté en funcionamiento. Ésta se considera como la fuerza mínima que va a soportar el resorte en cada ciclo de carga. También se evaluará dicha fuerza como una precarga.

El valor de la fuerza ejercida por el resorte cuando se monta comprimido 8 mm es:

$$F = \delta_{montaje} k = 8 \cdot 2,5 = 20 \text{ N}$$

Primero se calcula la componente media y alternante de la fuerza (ecuaciones 3.37 y 3.38).

$$F_a = \frac{F_{max} - F_{min}}{2} = \frac{200 - 20}{2} = 90 \text{ N}$$

$$F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2} = \frac{200 + 20}{2} = 110 \text{ N}$$

Con estos valores se pueden calcular los esfuerzos máximos en el resorte (ecuación 3.7).

$$\tau_a = \frac{8F_a kD}{\pi d^3}$$

$$\tau_m = \frac{8F_m kD}{\pi d^3}$$

$$\tau_s = \frac{8F_s kD}{\pi d^3}$$

Los factores correctores que se aplican en los esfuerzos fluctuantes son el *factor de Wahl* y el *factor de Bergsträsser*. Algunos autores sostienen que solo debe aplicarse estos factores correctores a la componente alternante, mientras que para la componente media no se tiene en cuenta el efecto de la curvatura. En este caso se valorará la concentración de esfuerzos para ambas componentes.

$\tau_a$ (MPa)	$\tau_m$ (MPa)	$\tau_s$ (MPa)
$k_B$	$k_B$	$k_B$
104,06	127,19	23,12
$k_w$	$k_w$	$k_w$
104,95	128,27	23,32

Tabla 6.7. Esfuerzo alterno y medio según el factor corrector aplicado

Se puede observar que los valores son casi idénticos, por lo que se utilizará el esfuerzo con el factor de Wahl aplicado por ser un poco mayor.

Se aplica en primer lugar los criterios de Goodman y Gerber con y sin precarga. Tras ello se aplicará el método aplicado en Solid Works.

#### 1. Criterio de Goodman

##### - Sin precarga

Se aplica la ecuación 3.45 con las componentes alterna y media del esfuerzo y se calcula el factor de seguridad.

$$\frac{\tau_a}{S_{se}} + \frac{\tau_m}{S_{su}} = 1/\eta$$

$$\frac{104,95}{566,14} + \frac{128,27}{1149,4} = 1/\eta$$

$$\eta = 3,36$$

El factor de seguridad es superior a 2, por lo que el diseño, según este método, es válido.

- *Con precarga*

Se aplica la ecuación 3.49 con la precarga y las componentes alterna y media del esfuerzo y se calcula el factor de seguridad.

$$\frac{\eta \cdot 104,95}{566,14} + \frac{\eta \cdot (128,2 - 23,32)}{1149,4} + \frac{23,32}{1149,4} = 1$$

$$\eta = 3,54$$

- *Método propuesto por SolidWorks Simulation*

Este método propone calcular una tensión alternante equivalente para después compararla con la resistencia a la fatiga definida. Se usará la tensión de Von Mises para el esfuerzo alternante. En el capítulo 4 se vio como la tensión media siempre es evaluada con Von Mises, además de la resistencia última del material es un esfuerzo normal. Es por ello que se va a utilizar Von Mises también para la componente alterna, ya que no parece tener mucho sentido utilizar un esfuerzo cortante y otro normal para calcular una tensión corregida.

Será necesario transformar el límite a la fatiga  $S_{se}$  a una componente normal.

$$S_e = \sqrt{3} \cdot S_{se} = \sqrt{3} \cdot 566,14 = 980,58 \text{ MPa}$$

Esta tensión alternante equivalente se calcula aplicando la ecuación para Goodman de la tabla 4.1.

$$S_{ac} = \frac{S_a}{1 - \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)} = \frac{181,78}{1 - \left(\frac{222,17}{1715}\right)} = 208,83 \text{ MPa}$$

Los valores de  $S_a$  y  $S_m$  son los esfuerzos alternantes y medios. El programa evalúa el esfuerzo medio utilizando la tensión de Von Mises, de ahí que

$$S_m = \sqrt{3} \cdot \tau_m = \sqrt{3} \cdot 128,27 = 222,17 \text{ MPa}$$

$$S_a = \sqrt{3} \cdot \tau_a = \sqrt{3} \cdot 104,95 = 181,78 \text{ MPa}$$

El programa no tiene en cuenta la precarga.

El factor de seguridad es

$$\eta = \frac{S_e}{S_{ac}} = \frac{980,58}{208,83} = 4,69$$

## 2. Criterio de Gerber

- Sin precarga

$$\frac{\eta \tau_a}{S_{se}} + \left( \frac{\eta \tau_m}{S_{su}} \right)^2 = 1$$

$$\frac{\eta 104,95}{566,14} + \left( \frac{\eta 128,27}{1149,4} \right)^2 = 1$$

$$\eta = 4,2$$

- Con precarga

$$\frac{\eta 104,95}{566,14} + \left( \frac{\eta (128,27 - 23,32)}{1149,4} + \frac{23,32}{1149,4} \right)^2 = 1$$

$$\eta = 4,42$$

- Método propuesto por SolidWorks Simulation

La tensión alternante equivalente se calcula aplicando la siguiente ecuación (tabla 4.1):

$$S_{ac} = \frac{S_a}{1 - \left( \frac{S_m}{S_{ut}} \right)^2} = \frac{181,78}{1 - \left( \frac{222,17}{1715} \right)^2} = 184,88 \text{ MPa}$$

El factor de seguridad es

$$\eta = \frac{S_e}{S_{ac}} = \frac{980,58}{184,88} = 5,30$$

### 3. Resumen de los resultados

La tabla muestra un resumen de los resultados obtenidos en el cálculo del factor de seguridad frente a fatiga. A simple vista se observa que los resultados para distintos métodos bajo el mismo criterio son bastante diferentes. Al tratarse de métodos de cálculo distintos, con expresiones analíticas que difieren significativamente entre ellas, es lógico que estos valores no sean similares.

	GOODMAN	GERBER
<b>Sin Precarga</b>	3,36	4,2
<b>Con Precarga</b>	3,54	4,42
<b>Método Solid Works</b>	4,69	5,30

*Tabla 6.8. Resumen de los resultados analíticos del factor de seguridad para fatiga*

Se comprueba que cuando se tiene en cuenta la compresión inicial como precarga, el factor de seguridad aumenta para cualquiera de los dos criterios. El método propuesto por el programa ofrece un factor de seguridad superior que para los métodos analíticos. Además, también se comprueba que el criterio de Goodman es más conservador que Gerber.

#### **6.1.2 Cálculo con SolidWorks Simulation**

Ahora se realizará el estudio del resorte con el software de SolidWorks Simulation. En primer lugar, se creará un estudio estático lineal para analizar las tensiones, desplazamientos y factor de seguridad del resorte. Tras ello se realizará un estudio de frecuencia, y por último se ejecutará un estudio de fatiga.

##### ***Características del material***

Una vez creado el estudio estático, se puede proceder a definir las características del material. En este caso se creará un material nuevo, con las propiedades definidas en el primer punto del cálculo teórico de este resorte.

El límite elástico del material, según la tabla 3.5, es aproximadamente el 70% de la tensión última. El módulo de elasticidad y el módulo cortante también están extraídos de la tabla.



Propiedades Tablas y curvas Apariencia Rayado Personalizado Datos de aplicación

Propiedades de material

No se pueden editar los materiales en la biblioteca predeterminada. Para editar un material, cópielo primero a una biblioteca personalizada.

Tipo de modelo:

Unidades:

Categoría:

Nombre:

Criterio de fallos predeterminado:

Descripción:

Origen:

Sostenibilidad:

Propiedad	Valor	Unidades
Módulo de elasticidad en X	193000	N/mm <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson en XY	0.28	N/D
Módulo cortante en XY	80000	N/mm <sup>2</sup>
Densidad de masa	7700	kg/m <sup>3</sup>
Límite de tracción en X	1715.58	N/mm <sup>2</sup>
Límite de compresión en X		N/mm <sup>2</sup>
Límite elástico	1200.6	N/mm <sup>2</sup>
Coefficiente de expansión térmica en X	1.3e-005	/K
Conductividad térmica en X	50	W/(m·K)
Calor específico	460	J/(kg·K)
Cociente de amortiguamiento del material		N/D

Figura 6.5. Propiedades del material definidas

### Cargas y Sujeciones

Una vez definidas las propiedades del material, el siguiente paso es la aplicación de las cargas y sujeciones del modelo. La fuerza debe estar situada en el centro del resorte, por lo que para esta ocasión se elegirá una *carga remota* de 200N que se aplicará sobre la cara del extremo superior del resorte. Sobre la cara del extremo inferior del resorte se colocará la sujeción fija.

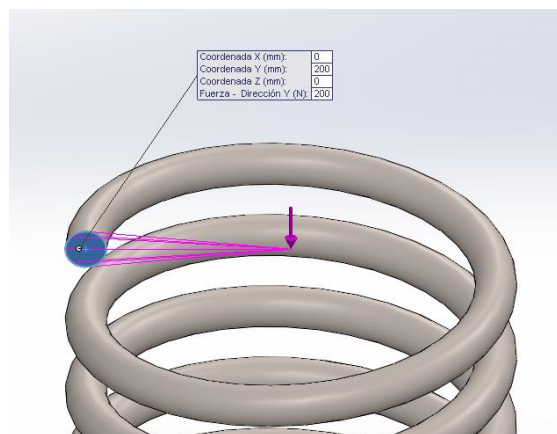


Figura 6.6. Detalle de carga remota sobre el resorte

En la figura se muestra la carga remota aplicada sobre el extremo del resorte. Existiría la posibilidad, en el caso de que el movimiento de compresión del resorte tras su simulación no fuese correcto, de definir una restricción de movimiento sobre la cara de aplicación, limitando su movimiento únicamente sobre el plano vertical. Esto conseguiría que el movimiento de dicha cara fuese vertical totalmente y la compresión fuese correcta, aunque se correría el riesgo de que la distribución de tensiones no fuese la adecuada.

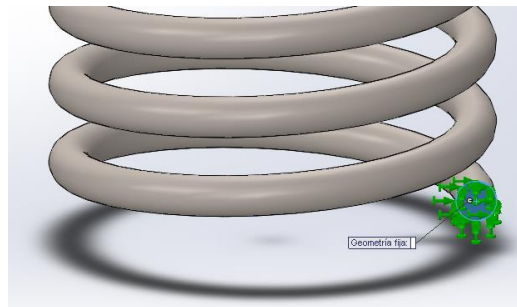


Figura 6.7. Detalle de geometría fija

### Mallado

A continuación se ejecutará el mallado del muelle. Como se trata de un elemento con geometría curva, lo más adecuado es seleccionar un *mallado basado en curvatura* con la densidad de malla más fina posible. Esto generará una malla de gran calidad, que conseguirá unos resultados en la simulación mucho más precisos, aunque conllevará un mayor tiempo de ejecución. En la figura 6.8 se muestra la configuración de la malla. Una vez ejecutado el mallado, se muestra el modelo con la malla completamente definida.

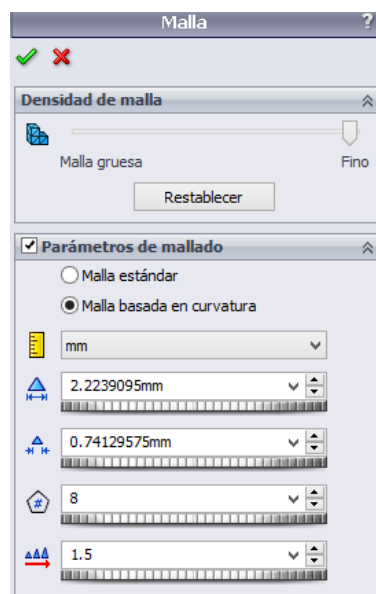


Figura 6.8. Configuración de la malla

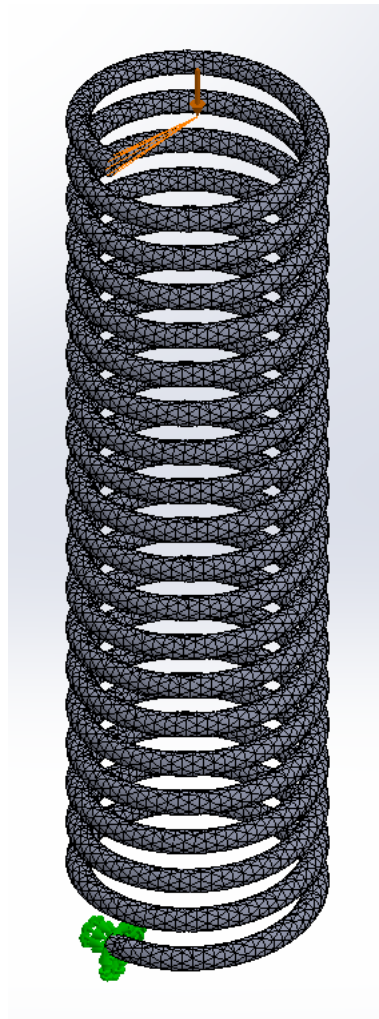


Figura 6.9. Resorte mallado

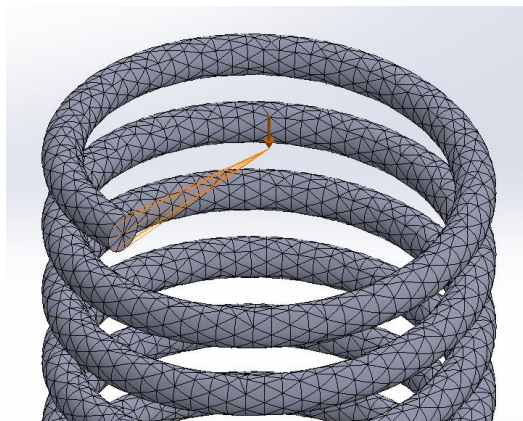


Figura 6.10. Detalle del mallado

Con el elemento ya mallado se puede ejecutar el estudio estático para obtener los trazados de tensiones, desplazamientos y factor de seguridad.

### Ejecución del estudio

Cuando se ejecuta el estudio aparece la siguiente ventana emergente del *Solver* para preguntar si se desea cambiar a la opción de Grandes desplazamientos (aplica paso a paso la carga y realiza los cálculos para cada actualización de la geometría del modelo). Esto mejoraría la precisión de los resultados, pero conlleva mayor tiempo de cálculo y en muchas ocasiones produce errores en la resolución del estudio. Esta mayor precisión no es suficientemente sustancial como para dilatar en mayor medida el tiempo de ejecución. Por lo tanto, se seleccionará la opción de *pequeños desplazamientos*.

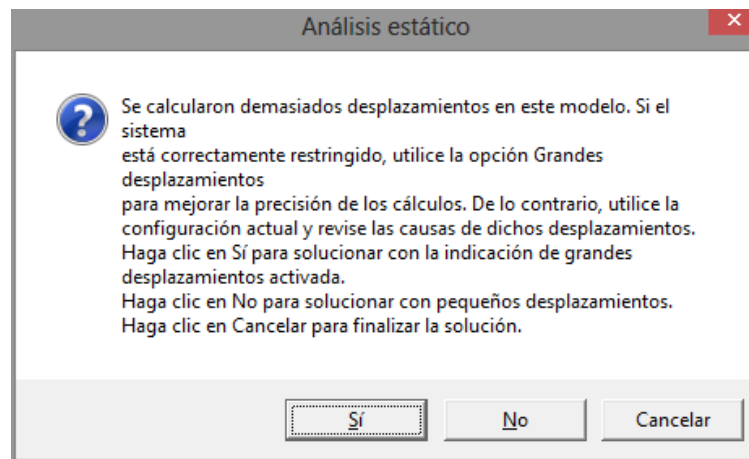


Figura 6.11. Mensaje del Solver para cambiar a Grandes desplazamientos

Una vez ejecutado el estudio ya se pueden crear los trazados necesarios.

### Trazados de desplazamientos

Primero se va a comprobar la deflexión que origina en el resorte la fuerza de 200 N. Una vez obtenida dicha deflexión se puede calcular la *razón del resorte*  $k$ . Se genera un *trazado de desplazamientos de Y* (dirección vertical). De esta forma se obtiene la deflexión del resorte (figuras 6.12 y 6.13).

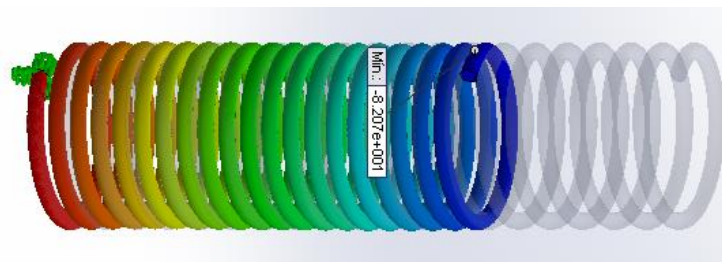


Figura 6.12. Resorte comprimido

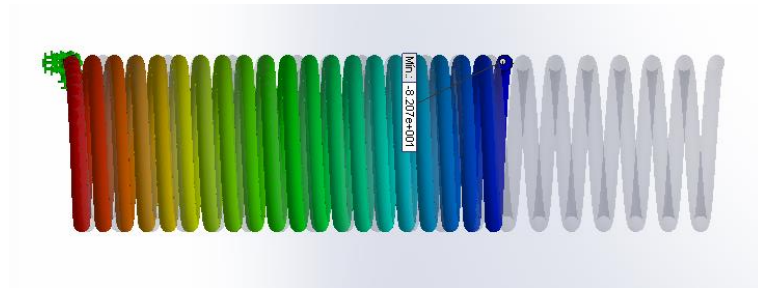


Figura 6.13. Resorte comprimido bajo una carga de 200 N

En la 6.13 se observa que la deflexión máxima corresponde a 82 mm aproximadamente. Aplicando la siguiente expresión se puede calcular la razón del resorte.

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{200}{82} = 2,44 \frac{N}{mm}$$

Si por ejemplo, se redujese la fuerza a 100 N y se volviese a calcular el desplazamiento se obtendría lo siguiente:

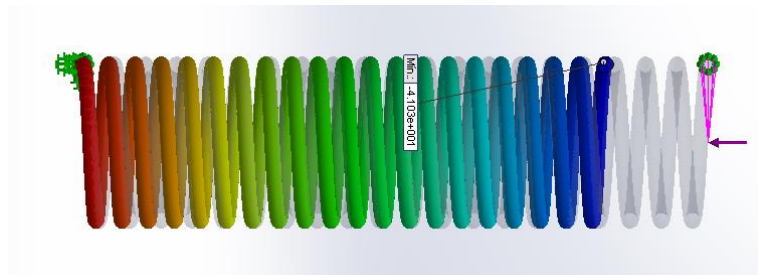


Figura 6.14. Resorte comprimido bajo una carga de 100 N

La razón de resorte en este caso es:

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{100}{41} = 2,44 \frac{N}{mm}$$

Coincide totalmente con el anterior valor.

La deflexión necesaria para lograr la longitud sólida del resorte es de 100 mm ( $l_f - l_s = 205 - 105$ ) por lo que la fuerza a aplicar para lograr comprimir el resorte hasta dicha longitud es:

$$F = k\delta = 2,44 \cdot 100 = 244 N$$

A continuación se aplica la fuerza mencionada y se vuelve a ejecutar el estudio. Se comprueba en la figura 6.11 como efectivamente, bajo la fuerza mencionada, se logra comprimir el resorte hasta su longitud sólida.

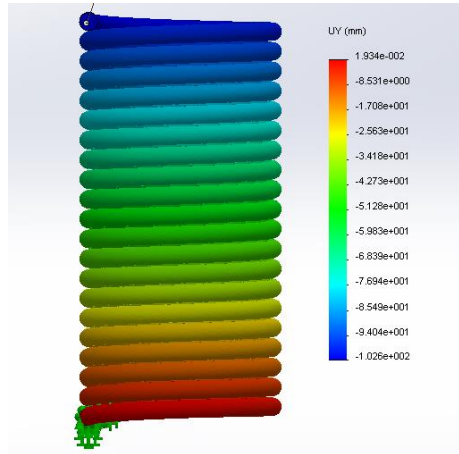


Figura 6.15. Resorte comprimido hasta su longitud sólida bajo una fuerza de 244 N

### Trazados de tensiones

En este punto se estudiarán los trazados de tensiones más interesantes para este caso. Se observará cuál es la zona del resorte más solicitada y se contabilizará la magnitud de dichas tensiones máximas.

#### 1. Tensión de Von Mises

En la siguiente figura se muestra el trazado de tensiones de Von Mises

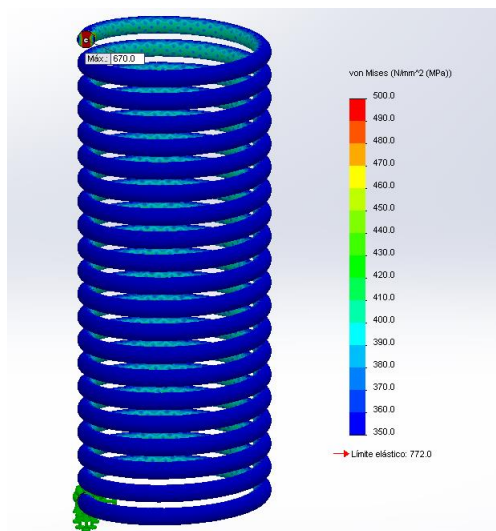


Figura 6.16. Trazado de tensiones de Von Mises



Lo más destacable a primera vista es que aparece un valor máximo de tensión de 670 MPa en la zona de aplicación de la carga. Este valor de esfuerzo no es real, por lo que hay que obviarlo. Tras esta comprobación, se puede observar que las mayores tensiones se encuentran en el interior del alambre, tal como era previsto.

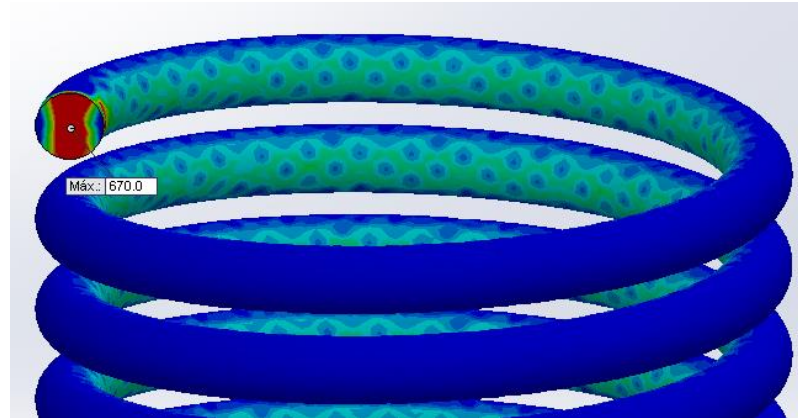


Figura 6.17. Detalle de esfuerzo máximo en la zona de aplicación de la carga

Para comprobar el valor máximo de la tensión de Von Mises en el resorte se utilizará la herramienta *Iso Superficie*. El programa ofrece el valor máximo de tensión en el modelo, pero dado que este se encuentra en la zona de aplicación que se debe obviar del estudio, es necesaria la aplicación de otras herramientas como esta.

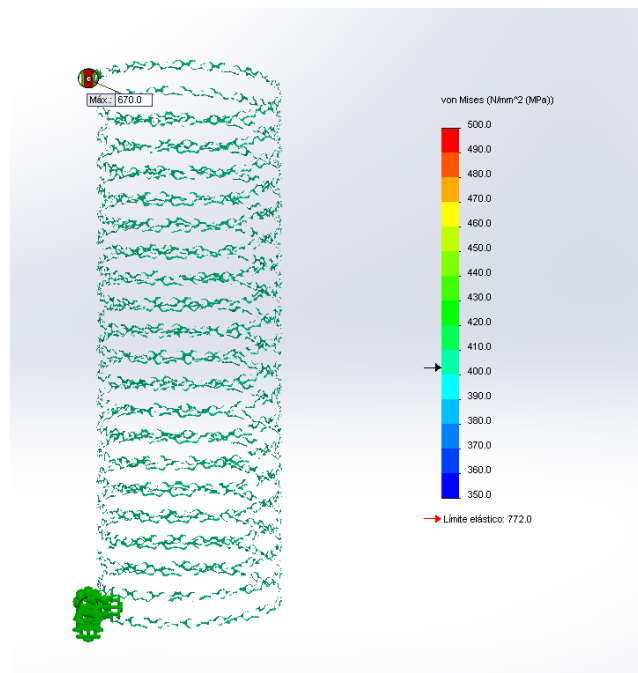


Figura 6.18. Iso Superficie de 403 MPa sobre el trazado de tensiones de Von Mises

En la anterior figura se muestra la Iso Superficie realizada sobre el modelo. Para un valor de 403 MPa se obtiene una tensión prácticamente desarrollada sobre el interior de la espira.

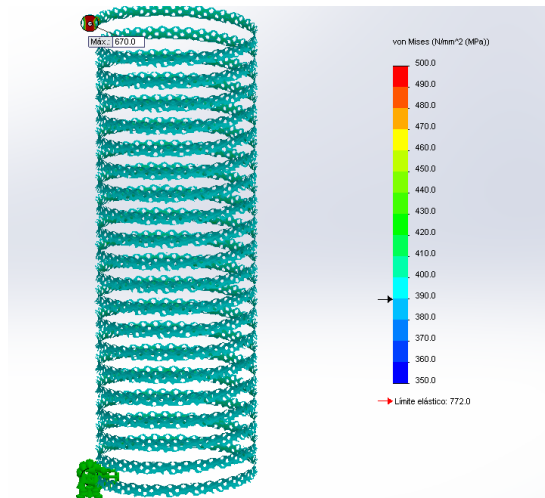


Figura 6.19. Iso Superficie de 390 MPa sobre el trazado de tensiones de Von Mises

Para un valor de 390 MPa la tensión se encuentra totalmente desarrollada. Se puede concluir que el esfuerzo de Von Mises máximo obtenido es de 403 MPa.

$$\sigma_{VM,max} = 403 \text{ MPa}$$

## 2. Tensión cortante en dirección Y en plano X ( $\tau_{yz}$ )

Con este trazado se obtiene el esfuerzo cortante en dirección Y sobre el plano normal al eje Z. No se desarrolla este esfuerzo homogéneamente sobre el modelo debido a que solo evalúa las tensiones en una dirección determinada sobre los planos normales al eje Z.

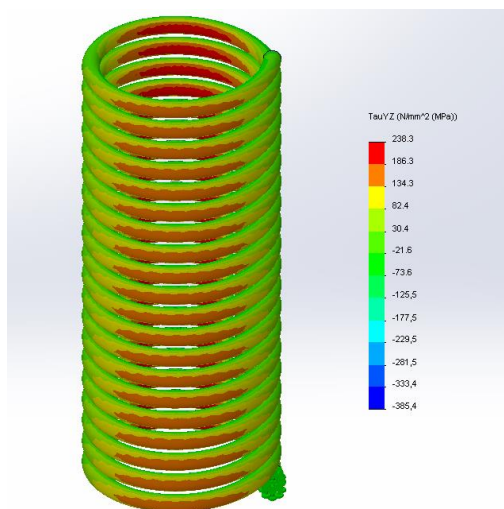


Figura 6.20. Trazado de esfuerzo cortante



En este caso se utiliza la opción *Identificar valores*, que permite obtener el valor de un punto determinado. Se escogerá un punto de la zona roja en el interior de la espira para determinar el valor máximo.

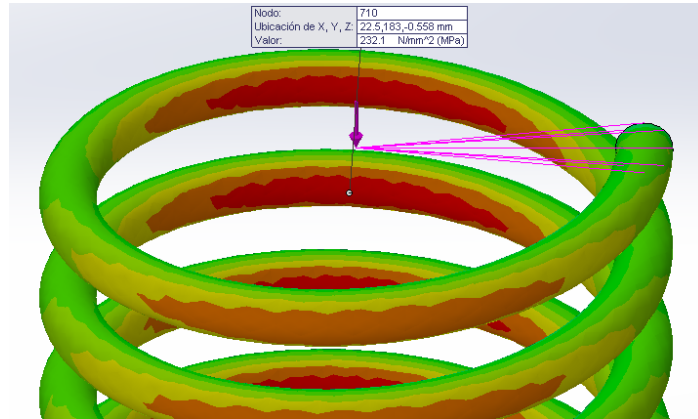


Figura 6.21. Detalle del valor del cortante máximo

Utilizando esta herramienta se ha obtenido un valor de cortante máximo de 232,1 MPa.

$$\tau_{max} = 232,1 \text{ MPa}$$

A continuación se va a obtener la distribución de tensiones en el alambre del resorte. Se realizará un corte en el modelo para poder listar los valores del esfuerzo cortante sobre la sección del alambre deseada.

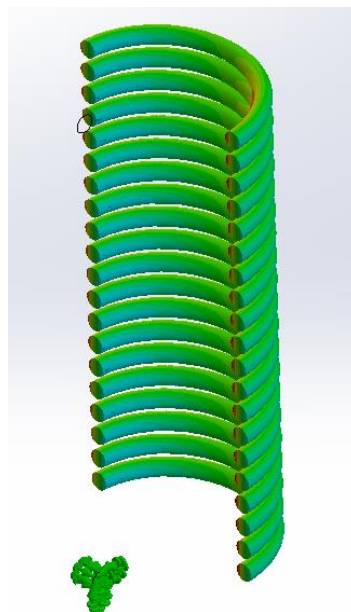


Figura 6.22. Vista del modelo seccionado

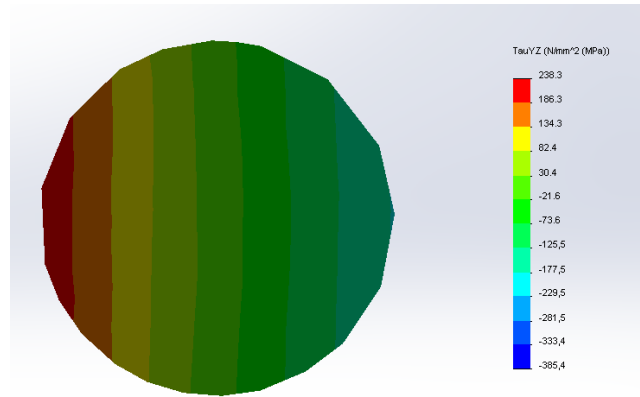


Figura 6.23. Detalle alambre seccionado

A continuación se realiza un listado manual de puntos a lo largo del diámetro del alambre para obtener los valores de esfuerzo. Tras esto, el software permite exportar estos valores a una hoja de cálculo, a partir de la cual se generará una gráfica que corresponderá al diagrama de esfuerzos sobre el alambre.

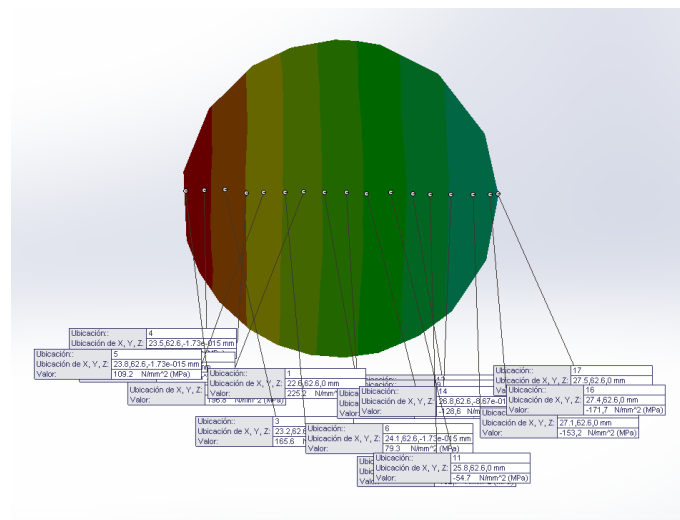


Figura 6.24. Detalle puntos listados

Una vez listados los valores, el programa ofrece la posibilidad de generar una gráfica de las tensiones respecto a la posición de los puntos. En la figura se puede observar como esta distribución de tensiones se asemeja a la de la figura 3.10.

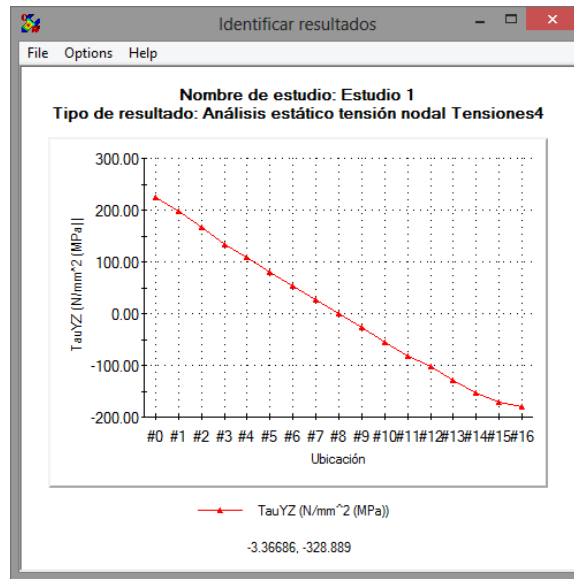


Figura 6.25. Gráfica de los esfuerzos listados sobre el alambre

Para obtener una distribución más precisa, se utilizará una hoja de cálculo para realizar la regresión.

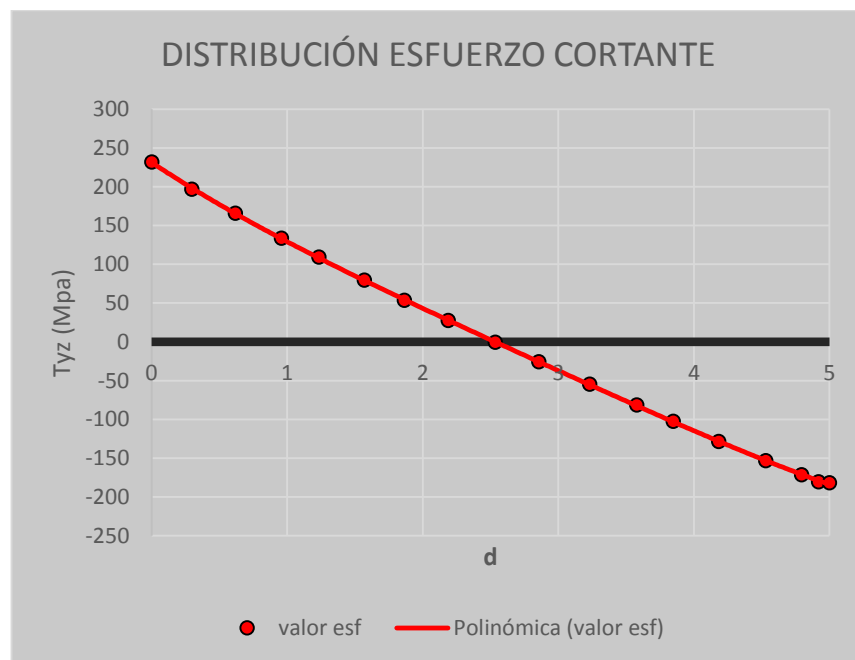


Figura 6.26. Distribución del esfuerzo cortante sobre el alambre

Se observa claramente como en el interior de la espira (cota 0 en la representación gráfica) el esfuerzo es mayor que en el exterior debido al efecto del esfuerzo cortante transversal y la concentración de esfuerzos por curvatura. Esto corrobora el planteamiento teórico del capítulo 3.

### 3. Tensión principal, P1

Como el esfuerzo que soporta el alambre del resorte es cortante, el valor de la primera tensión principal será igual al valor del cortante máximo.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (\text{Ecuación 6.1})$$

$$\sigma_{1,max} = \tau_{max}$$

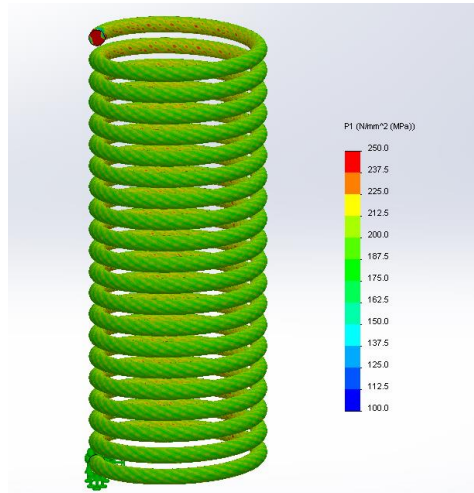


Figura 6.27. Trazado de primera tensión principal

Si se aplica una Iso Superficie hasta obtener la tensión desarrollada en el interior del alambre se puede hallar el valor máximo de este esfuerzo. Se muestra en la figura 6.28.

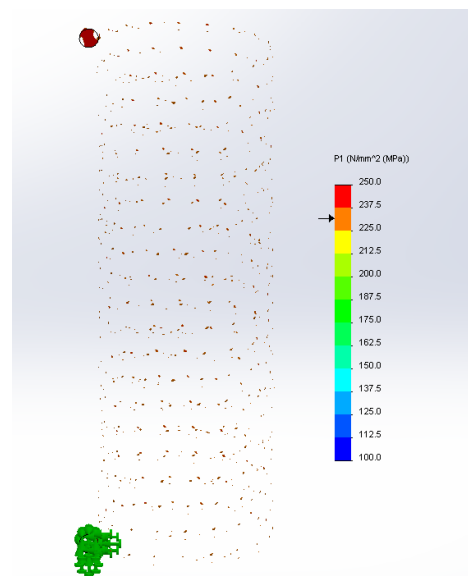


Figura 6.28. Iso Superficie de 232 MPa sobre trazado de P1

Para 232 MPa aparecen las primeras regiones definidas, aunque no totalmente desarrolladas. Si se repite la operación para un valor menor, de 220 MPa, el área se encuentra mejor definida (figura 6.29).

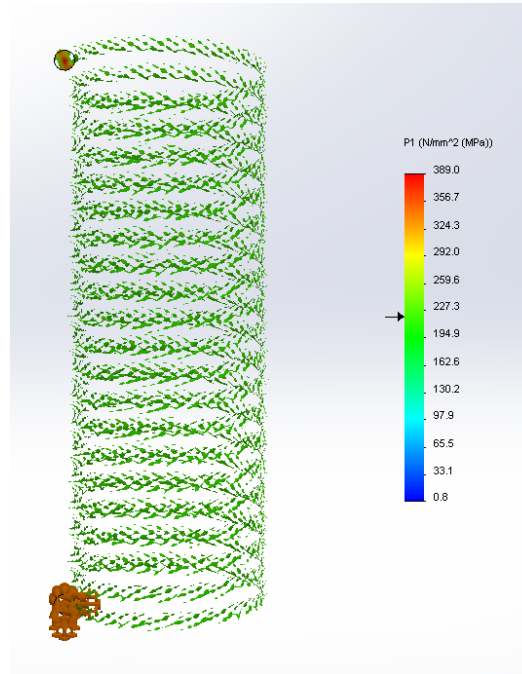


Figura 6.29. Iso Superficie de 220 MPa sobre trazado de P1

El valor de tensión máxima principal en este caso es de 232 MPa. Este valor coincide con el obtenido en el trazado de esfuerzo cortante.

$$\sigma_{1,max} = \tau_{max} = 232 \text{ MPa}$$

En la tabla 6.9 se realiza el resumen de los resultados de tensiones obtenidos.

TENSIÓN	VALOR (MPa)
Von Mises $\sigma_{VM,max}$	403
Cortante $\tau_{max}$	232
Principal $P_{1,max}$	232,1

Tabla 6.9. Esfuerzos máximos obtenidos con SolidWorks

### Trazado de factor de seguridad

El programa propone distintos criterios para evaluar la seguridad del elemento a estudiar. Para resortes se utiliza el criterio de cortadura máxima con la peculiaridad de que la tensión admisible es el límite de fluencia a cortadura.

El programa propone la siguiente expresión para este criterio:

$$\eta = \frac{0,5\sigma_{lim}}{\tau_{max}}$$

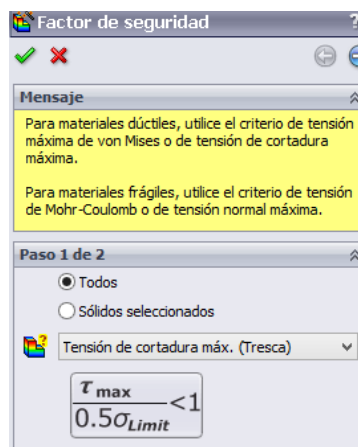


Figura 6.30. Cuadro de diálogo de selección de criterio de fallo

Pero para resortes se suele aplicar la siguiente expresión (ecuación 3.17).

$$\eta = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}}$$

Como se puede observar en la figura 6.30, el programa plantea el criterio del cortante máximo estándar. Como se quiere equiparar los cálculos a los teóricos, es necesario realizar una pequeña modificación para conseguir que el programa evalúe el factor de seguridad como en la ecuación 3.17. Para ello hay que definir una tensión límite que sea dos veces el valor de la resistencia a la fluencia torsional, e decir:

$$\begin{aligned}\sigma_{lim} &= 2 \cdot S_{sy} = 1544 \text{ MPa} \\ \eta &= \frac{0,5\sigma_{lim}}{\tau_{max}} = \frac{2 \cdot 0,5S_{sy}}{\tau_{max}} = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}}\end{aligned}$$

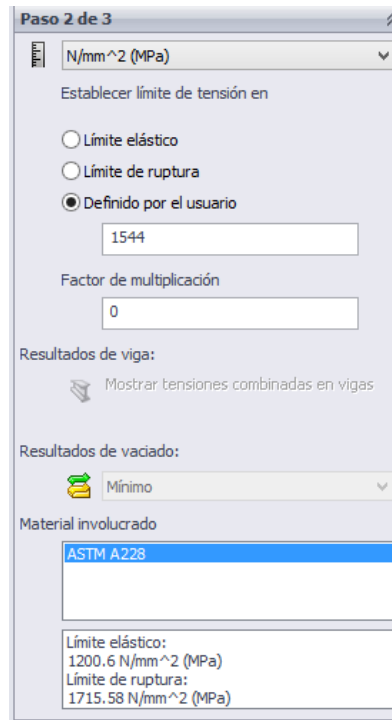


Figura 6.31. Cuadro de diálogo selección de criterio de fallo

Esta tensión límite no es ni el límite elástico del material ni la resistencia a fluencia del mismo. Es, simplemente, el doble del valor de la resistencia a fluencia por cortadura del material. Esta modificación se realiza con el objetivo de que el programa realice los mismos cálculos que los teóricos propuestos.

Una vez realizada esta modificación del criterio predefinido, se ejecuta el trazado, obteniendo la siguiente distribución.

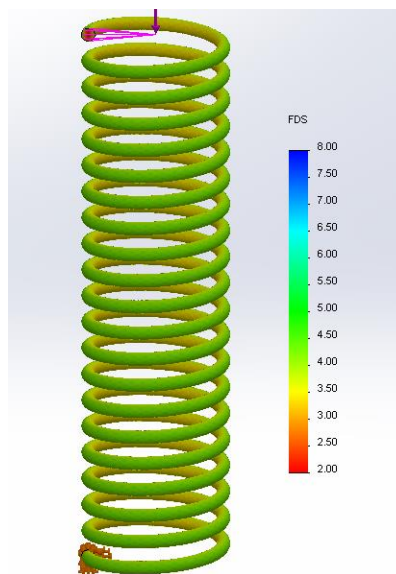


Figura 6.32. Distribución del factor de seguridad en el resorte

Como ya se realizó con anterioridad, se aplica la herramienta Iso Superficie para obtener el menor factor de seguridad sobre el modelo. Para un valor de 3,35 el factor de seguridad está totalmente desarrollado en el interior del alambre (Figura 6.33).

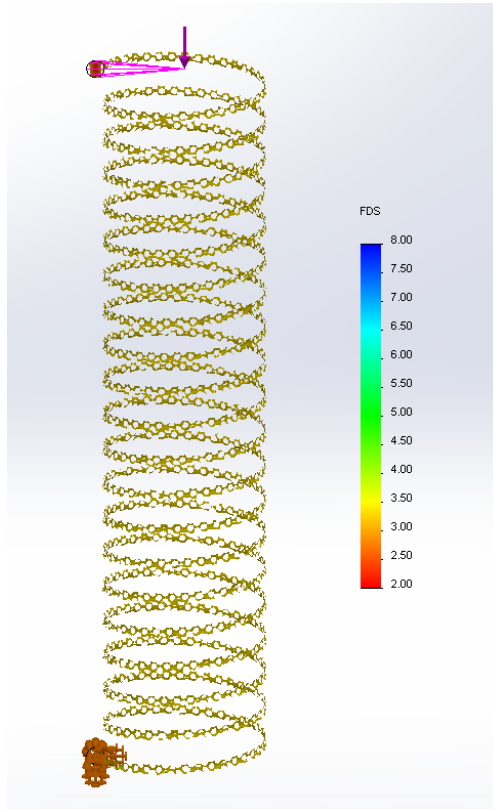


Figura 6.33. Iso Superficie de 3,35 sobre el trazado de factor de seguridad

Por lo tanto

$$\eta = 3,35$$

### ***Cálculo de la frecuencia natural***

Para realizar el cálculo de esta frecuencia, es necesario crear un nuevo estudio de Solid Works Simulation, en concreto un *estudio de frecuencia*. Se puede exportar la malla del estudio estático, ahorrando así el tiempo de mallado.

En los estudios de frecuencia no se aplican cargas, pero se debe incluir las restricciones de movimiento que tiene el modelo. Ya que sobre el extremo superior no se aplica la carga, es necesario incluir una sujeción en esa cara.



Una vez hecho esto, se ejecuta el estudio y se listan las frecuencias resonantes. Entonces aparecerá una ventana emergente con un listado de frecuencias.

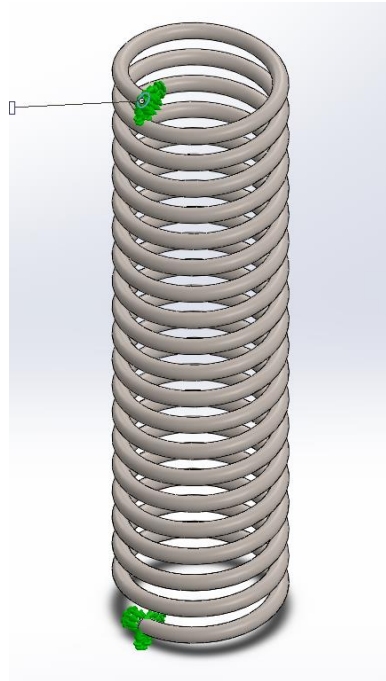


Figura 6.34. Sujeciones aplicadas sobre el modelo para estudio de frecuencia

Modos de lista

Nombre de estudio: Estudio 2

Nº de modo	Frecuencia(Rad/seg)	Frecuencia(Hertz)	Período(Segundos)
1	182.19	28.996	0.034488
2	182.4	29.03	0.034447
3	230.84	36.739	0.027219
4	259.61	41.318	0.024203
5	418.43	66.596	0.015016

< >

Cerrar Guardar Ayuda

Figura 6.35. Listado de frecuencias naturales

Este estudio genera distintos trazados de desplazamientos resultantes para cada modo de vibración. Un modo de un sistema oscilatorio es la frecuencia a la cual la estructura deformable oscilará al ser perturbada. Los modos son también llamados frecuencias naturales o frecuencias resonantes. Si se ejecutan dichos trazados, se observa que es el

tercer modo el que corresponde a la vibración ocasionada sobre un resorte. El resto de trazados muestran una oscilación en el resorte que no aparece en un funcionamiento normal del resorte.

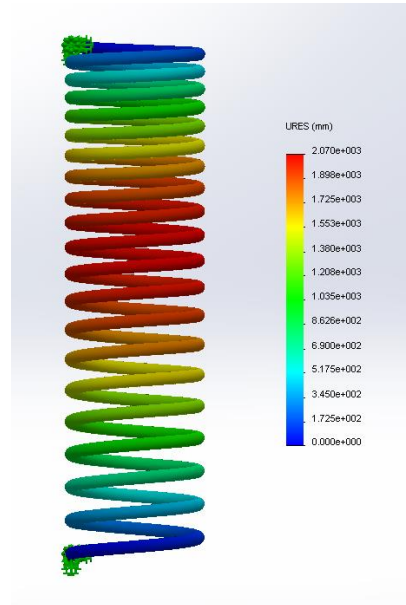


Figura 6.36. Trazado de desplazamientos del Modo 3 de vibración

### ***Cálculo a fatiga***

En este punto se va a ejecutar un nuevo estudio de fatiga, para así comprobar el resorte a fatiga bajo las cargas definidas en el enunciado propuesto.

Tras la creación del estudio, se configurará el mismo tal como se muestra en la figura 6.32.

Se utiliza la tensión de Von Mises para evaluar las tensiones alternas. Se selecciona Goodman como criterio para la corrección de la tensión media, aunque se ejecutará el estudio también con el criterio de Gerber. Además, se define un millón de ciclos para la vida infinita.

Una vez configurado el estudio, el siguiente paso será definir las características del material para fatiga. Se procederá a definir la curva S-N del material con los datos obtenidos analíticamente.

Para 1000 ciclos se suele considerar que la resistencia a fatiga del material es el 90% de la resistencia última.

$$S_l = 0,9S_{ut} = 1543 \text{ MPa}$$

La resistencia a la fatiga para un millón de ciclos era:

$$S_e = \sqrt{3} \cdot S_{se} = 980,58 \text{ MPa}$$

**Fatiga**

Opciones Comentario

Interacción de sucesos de amplitud constante

☐ Interacción aleatoria

☒ Sin interacción

Calcular tensiones alternas usando

☐ Intensidad de tensión (P1-P3)

☒ Tensión equivalente (von Mises)

☐ Principal máx. absoluta (P1)

Cara de vaciado

☒ Superior

☐ Inferior

Corrección de la tensión media

☐ Ninguno

☒ Goodman

☐ Gerber

☐ Soderberg

Factor de reducción de resistencia a la fatiga (Kf) 1

☒ Vida infinita 1000000 ciclos

Carpeta de resultados C:\Proyecto\Redacción

Figura 6.37. Propiedades del estudio de fatiga

**Material**

Propiedades Tablas y curvas Curvas SN de fatiga Apariencia Rayado Personaliza

Origen

Interpolar: Log-log

☒ Definir: Curva-0(R=-1)

☐ Derivar de módulo elástico del material:

☒ Basado en curvas de acero austenítico ASME

☐ Basado en curvas de acero al carbono ASME

Vista preliminar

Ver todo

Datos de tabla

Factor de tensión (R): -1 Unidades: N/mm^2 (MPa)

Puntos	A	B
1	0	1715
2	1000	1543
3	1000000	980.58
4		

Archivo Ver Guardar

Figura 6.38. Curvas SN de fatiga del material

Los estudios de fatiga se basan en estudios estáticos para definir las cargas. La carga del enunciado variaba desde el máximo de 200 N hasta un mínimo de 20 N (debida a la compresión de montaje). Se procede a agregar un suceso basado en el estudio estático anterior, con una aplicación de un millón de ciclos (se busca vida infinita).

Para describir el valor máximo de la fuerza se tiene que introducir en el menú el índice de carga, que es:

$$R = \frac{F_{min}}{F_{max}} = \frac{20}{200} = 0,1$$

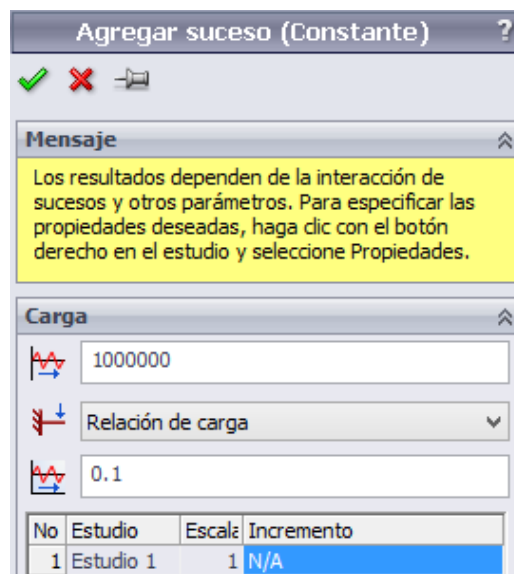


Figura 6.39. Diálogo del menú Agregar Suceso

Una vez definidas las propiedades del estudio, las características del material y agregados los sucesos de carga (Figura 6.34), se puede proceder a la ejecución del estudio. Se aplica en primer lugar la corrección de la tensión con el criterio de Goodman y posteriormente con Gerber.

#### 1. Goodman

Si se selecciona el trazado de *Vida*, que muestra el número de ciclos sin causar daño a fatiga del modelo. Se observa en la figura 6.40 que para todo el resorte la vida es de un millón de ciclos, por lo que cumple la condición de vida infinita.

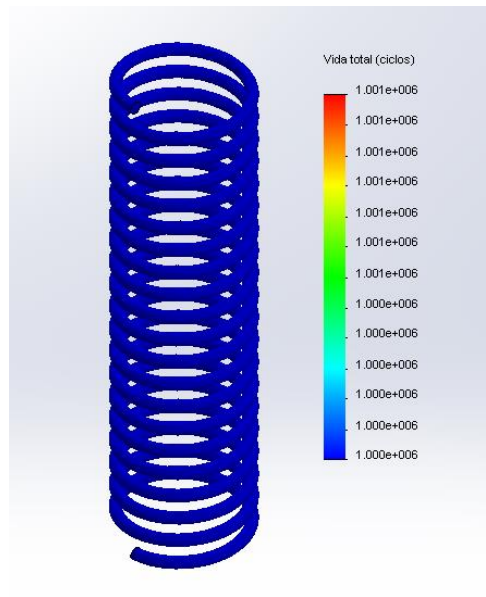


Figura 6.40. Vida total del resorte

El *factor de carga* (nomenclatura utilizada en el software) o factor de seguridad del resorte se muestra en la figura 6.41.

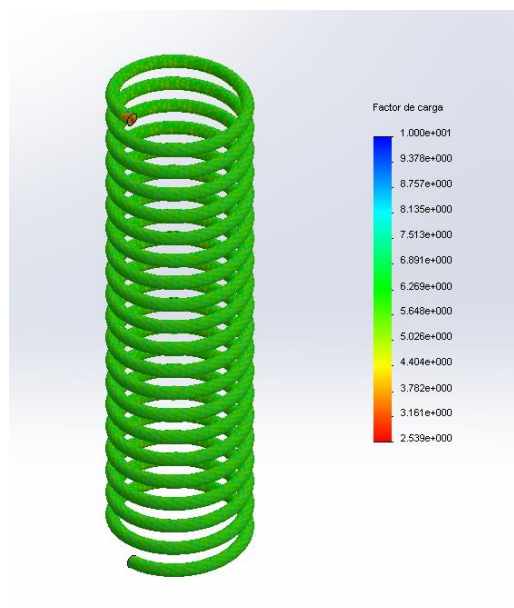


Figura 6.41. Factor de carga o seguridad del resorte

Si se obtiene el valor del factor de seguridad en un punto del interior de la espira con la herramienta *identificar valores* (figura 6.42).

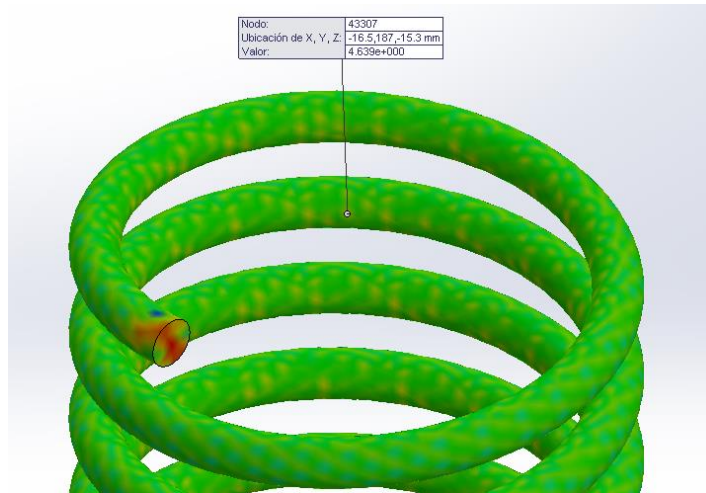


Figura 6.42. Factor de seguridad mínimo en fatiga bajo el criterio de Goodman

El factor de seguridad para fatiga con la corrección de Goodman es

$$\eta(\text{Goodman}) = 4,639$$

Lo curioso en este caso es que el factor de seguridad no se desarrolla sobre la superficie del resorte del mismo modo que lo hacían las tensiones (figura 6.43). En el caso de las tensiones, los valores máximos aparecían en el interior del alambre e iban disminuyendo hacia el exterior.

En este caso van apareciendo puntos y regiones casi arbitrarias, aunque sí que los valores de factor de seguridad mínimo aparecen en primer lugar en el interior del alambre. Esto carece de cierta lógica, ya que para cada nodo, el programa recoge el valor de tensión del estudio estático, corrige bajo el criterio seleccionado y lo evalúa frente a la resistencia a la fatiga. Por ello, la respuesta debería ser homóloga a la obtenida en el estudio estático.

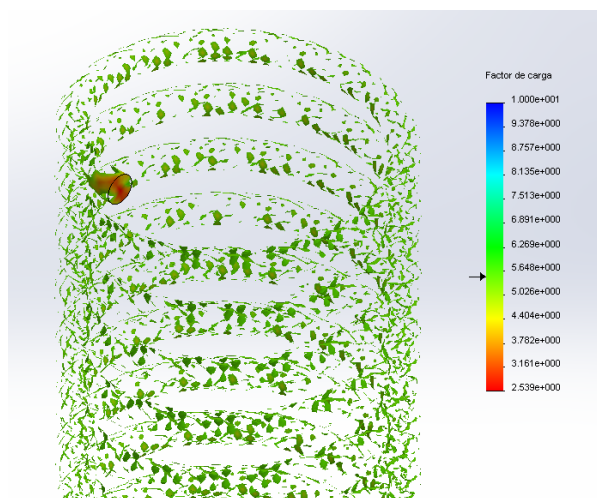


Figura 6.43. Desarrollo del factor de seguridad bajo el criterio de Goodman

## 2. Gerber

En el caso del trazado de *Vida*, el resultado es el mismo que en el caso de Goodman, de ahí que se obvie en esta ocasión.

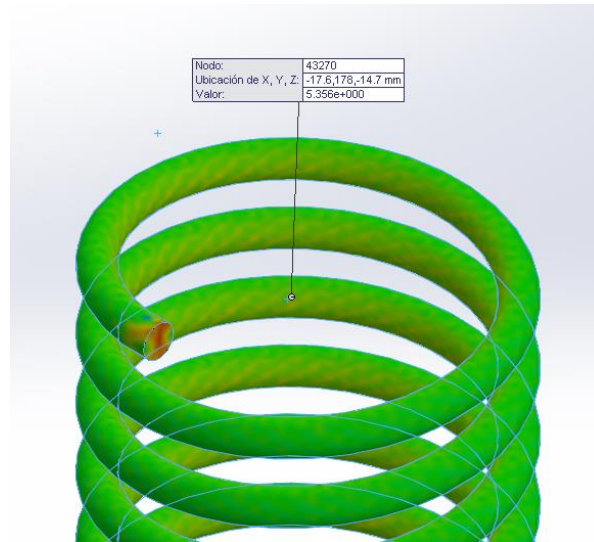


Figura 6.44. Factor de seguridad mínimo en fatiga bajo el criterio de Gerber

El factor de seguridad mínimo con Gerber es

$$\eta(\text{Gerber}) = 5,35$$

### Resumen de los resultados

A continuación se recogen los resultados obtenidos con Solid Works Simulation.

<b>Fuerza F</b>	<b>200 N</b>
<b>Deflexión <math>\delta</math></b>	82 mm
<b>Razón de resorte k</b>	2,44 N/mm
<b>Fuerza para longitud sólida <math>F_s</math></b>	244 N
<b>Tensión Von Mises máxima <math>\sigma_{VM,max}</math></b>	403 MPa
<b>Esfuerzo cortante máximo <math>\tau_{max}</math></b>	232 MPa
<b>Factor de seguridad mínimo <math>\eta_s</math></b>	3,35
<b>Frecuencia natural f (5 primeros modos)</b>	28,99; 29,03; 36,74; 41,32; 66,6 (Hz)

Tabla 6.10. Resumen resultados Solid Works

Para el caso de fatiga

Fuerza $F_{\max}-F_{\min}$	200 N – 20 N
Factor de seguridad (Goodman)	4,639
Factor de seguridad (Gerber)	5,356

Tabla 6.11. Resumen resultados fatiga SolidWorks

### 6.1.3 Comparativa entre métodos clásicos y simulación con SolidWorks

En este punto se va a realizar la comparativa entre los resultados obtenidos mediante métodos clásicos y los resultados obtenidos con el software de simulación.

El resorte empleado ha sido el mismo en ambos casos (figura 6.1) con las mismas propiedades (tabla 6.1) y las mismas condiciones de carga (200 N).

En primer lugar se comparará la deflexión bajo esta fuerza, la razón de resorte y la fuerza necesaria para comprimir el resorte hasta su longitud sólida. Los valores para ambos casos están expuestos en la tabla 6.12

En el caso de la deflexión existe una diferencia de 2 mm entre ambos resultados, siendo mayor la deformación en el resorte simulado en Solid Works. Esto hace a su vez que la constante elástica o razón de resorte  $k$  también varíe entre ambos casos, siendo 2,5 N/mm la calculada analíticamente y 2,44 N/mm mediante el software. La fuerza necesaria para cerrar completamente el resorte es de 250 N para el método analítico y 244 para el método computacional.

	MÉTODOS CLÁSICOS	SOLID WORKS SIMULATION
Deflexión $\delta$	80 mm	82 mm
Razón de resorte $k$	2,5 N/mm	2,44 N/mm
Fuerza para long. Sólida $F_s$	250 N	244 N

Tabla 6.12. Comparativa de resultados entre métodos clásicos y SolidWorks Simulation

En el método analítico se calcularon los esfuerzos aplicando los distintos factores correctores. Los resultados fueron los siguientes.

$T_{\max}$ (Mpa)			
$K_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
213,90	216,24	233,22	231,24

Tabla 6.3 . Esfuerzo cortante máximo para distintos factores correctores aplicados



$\sigma_{vm}$ (Mpa)			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
370,49	374,55	403,96	400,53

Tabla 6.4. Esfuerzo de Von Mises máximo para distintos factores correctores aplicados

Algunos autores sostienen que para el caso de cálculo estático no es necesario tener en cuenta la concentración de esfuerzos, de ahí que algunos utilicen los factores correctores  $k_d$  y  $k_s$ , que solo tienen en cuenta el efecto del esfuerzo cortante transversal y desestiman el efecto de la curvatura. Otros autores sí que tienen en cuenta esto y aplican el *factor de Wahl*  $k_w$  o el *factor de Bergsträsser*  $k_B$ .

A continuación, los esfuerzos calculados con SolidWorks Simulation:

TENSIÓN	VALOR (MPa)
<b>Von Mises <math>\sigma_{VM,max}</math></b>	403
<b>Cortante <math>\tau_{max}</math></b>	232
<b>Principal <math>P_{1,max}</math></b>	232,1

Tabla 6.9. Esfuerzos máximos obtenidos con SolidWorks

Realizando la comparativa entre los esfuerzos calculados analíticamente aplicando los distintos factores correctores y los extraídos de la simulación del resorte con el software, se observa con claridad que son los esfuerzos mayorados con el *factor de Wahl*  $k_w$  o el *factor de Bergsträsser*  $k_B$  los que se aproximan con mayor precisión a los obtenidos bajo simulación. El esfuerzo de Von Mises máximo evaluado bajo simulación fue de 403 MPa, cercano a los 403,96 MPa que se calcularon analíticamente aplicando el factor  $k_w$  y también aproximado, aunque un poco mayor, a los 400,53 MPa aplicando el factor  $k_B$ .

Si se compara el esfuerzo cortante máximo de 232 MPa obtenido con SolidWorks con los calculados con los métodos teóricos, son de nuevo los esfuerzos corregidos con el *factor de Wahl*  $k_w$  y el *factor de Bergsträsser*  $k_B$  los que más se acercan. El esfuerzo cortante máximo con  $k_w$  es de 233.22 MPa, mientras que si se utiliza  $k_B$  el resultado es de 213,24.

Comparados los resultados, se puede concluir que el programa sí tiene en cuenta la concentración de esfuerzos debida a la curvatura del alambre, además del efecto del cortante transversal. Tanto la mayoración con *factor de Wahl*  $k_w$  o *factor de Bergsträsser*  $k_B$  dan resultados cercanos a los que ofrece la simulación, aunque es con el *factor de Wahl* con el que realmente se aproxima más.

En cuanto a las frecuencias naturales o resonantes, analíticamente se calculó que esta era igual a 35,96 Hz. El estudio de frecuencia ejecutado dio los resultados para los 5 primeros modos de vibración, que fueron los siguientes:

Modo	Frecuencia (Hz)
1	28,99
2	29,03
3	36,74
4	41,32
5	66,60

Tabla 6.12. Frecuencias resonantes para 5 primeros modos

La frecuencia natural calculada con los métodos clásicos es de 35,96 Hz, que corresponde o se aproxima a la del tercer modo (tercera frecuencia natural o resonante) que ofrece el programa, que tiene un valor de 36,74 Hz.

Por último, se va a comparar los resultados para fatiga. En la tabla 6.13 se resumen los resultados obtenidos tanto analíticamente como con la simulación en SolidWorks. Los valores obtenidos bajo simulación son muy parecidos a los calculados analíticamente mediante el método propuesto por el programa. Como se comentó con anterioridad, el factor de seguridad que ofrece el programa es mayor que el obtenido teóricamente.

	GOODMAN	GERBER
<b>Sin Precarga</b>	3,36	4,2
<b>Con Precarga</b>	3,54	4,41
<b>Método Solid Works</b>	4,69	5,30
<b>Simulación</b>	4,639	5,32

Tabla 6.13. Resumen de los resultados del factor de seguridad para fatiga

## 6.2 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS SIMPLES Y RECTIFICADOS

Ahora se va a calcular el resorte helicoidal de compresión con extremos simples y rectificados de la figura 6.45. Se va a definir un enunciado que describirá las cargas soportadas por el resorte, así como las características, cargas y comprobaciones a realizar. Una vez realizados los cálculos analíticos se simulará el resorte con el software.

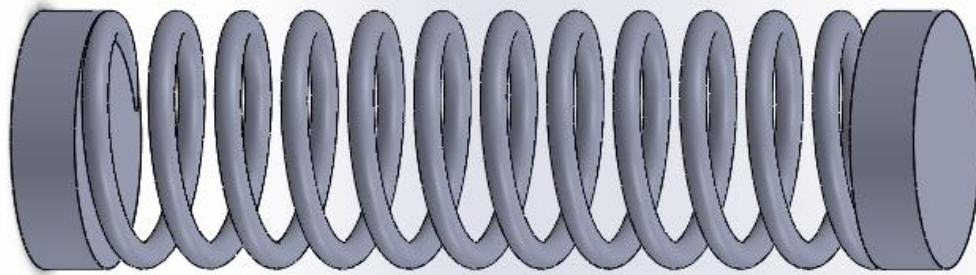


Figura 6.45. Resorte helicoidal de compresión con extremos simples y rectificados

El resorte dimensionado tiene las siguientes características geométricas:

Término	Extremos simples y rectificados
<b>Número de espiras de los extremos <math>N_e</math></b>	1
<b>Número total de espiras <math>N_t</math></b>	12
<b>Número de espiras activas <math>N_a</math></b>	11
<b>Paso <math>p</math></b>	20,83 mm
<b>Diámetro medio <math>D</math></b>	70 mm
<b>Diámetro del alambre <math>d</math></b>	8 mm
<b>Índice del resorte <math>C</math></b>	8,75
<b>Longitud libre <math>L_f</math></b>	$L_f = p(N_a + 1) = 20,8 \cdot (11 + 1) = 250$ mm
<b>Longitud sólida <math>L_s</math></b>	$L_s = dN_t = 8 \cdot 12 = 96$ mm

Tabla 6.15. Características geométricas del resorte

**Enunciado:**

El material seleccionado para el resorte es un acero ASTM-A229 o acero revenido en aceite, sin preesforzado pero granallado. Este resorte deberá soportar una carga de 1000 N. El factor de seguridad mínimo debe ser de 1,3. Se debe comprobar que no produzca fallo por carga estática.

También se calculará: deflexión para dicha fuerza; razón de resorte; fuerza necesaria para lograr la longitud sólida (y comprobación a carga estática); fuerza necesaria para producir fallo estático; frecuencia natural; comprobación a pandeo. El resorte operará bajo la carga máxima de 1000 N a un mínimo nulo, siendo necesaria una duración infinita ( $10^7$  ciclos).

### 6.2.1 Cálculo con métodos clásicos

Se aplican los métodos teóricos de cálculo para la comprobación del resorte.

**Características del material**

Atendiendo a la tabla:

	RANGO DE TAMAÑO	EXPONENTE	CONSTANTE Ap	COSTE RELATIVO
MATERIAL	mm	m	Mpa	
Revenido en aceite A229	0,5-12	0,186	1880	1,3

Y a la ecuación:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

Con el valor de diámetro de alambre d de 8 mm, se obtiene una  $S_{ut}$  de:

$$S_{ut} = \frac{1880}{8^{0,186}} = 1276,98 \text{ MPa}$$

Para calcular la resistencia a fluencia por torsión, se usarán las relaciones porcentuales respecto a la tensión última facilitadas en la tabla 3.7:

MATERIAL	SIN PREESFORZADO	CON PREESFORZADO
<b>Aceros al carbono templados y revenidos.</b>		
Aceros de baja aleación (A229, A230, A231, A232, A401)	0,5	0,65 a 0,75

En este caso:

$$S_{sy} = 0,5 \cdot S_{ut} = 0,5 \cdot 1276,98 = 638,49 \text{ MPa}$$

Ahora se obtienen la tensión a la rotura en torsión  $S_{su}$  y el esfuerzo admisible a fatiga  $S_{se}$  con los datos de la tabla 3.8 para  $10^7$  ciclos. El resorte es sometido a un proceso de granallado.

MATERIAL	N °CICLOS	NO GRANALLADO	GRANALLADO
<b>Aceros al carbono templados y revenidos: A229, A230, A231, A232, A401</b>	$10^5$	0.42	0.49
	$10^6$	0.40	0.47
	$10^7$	0.38	0.46

$$S_{se} = 0,46 \cdot S_{ut} = 587,41 \text{ Mpa}$$

$$S_{su} = 0,67 \cdot S_{ut} = 855,58 \text{ Mpa (ecuación 3.55)}$$

### **Esfuerzos sobre el resorte**

Se calculan los factores de corrección del esfuerzo cortante:

$$\text{Factor del cortante transversal} \quad k_d = 1 + \frac{0,5}{C} \quad ; \quad k_s = 1 + \frac{0,615}{C}$$

$$\text{Factor de Wahl} \quad k_w = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0,615}{C}$$

$$\text{Factor de Bergsträsser} \quad k_B = \frac{4C+2}{4C-3}$$

Factor	Valor
$k_d$	1,057
$k_s$	1,070
$k_w$	1,167
$k_B$	1,156

Tabla 6.16. Valor de los factores correctores

Una vez calculados los factores correctores se puede calcular el valor del esfuerzo máximo con la ecuación 3.7.

$$\tau_{max} = \frac{8 \cdot F \cdot k \cdot D}{\pi \cdot d^3} = \frac{8 \cdot 1000 \cdot k \cdot 70}{\pi \cdot 8^3} = k \cdot 348,15 \text{ MPa}$$

Y los esfuerzos cortantes máximos con la corrección:

$\tau_{\text{máx}}$ (Mpa)			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
368,05	372,62	406,31	402,55

Tabla 6.16. Esfuerzo cortante máximo para distintos factores correctores aplicados

Esfuerzo de Von Mises máximo:

$\sigma_{\text{vm}}$ (Mpa)			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
637,47	645,40	703,76	697,24

Tabla 6.17. Esfuerzo de Von Mises máximo para distintos factores correctores aplicados

Los resultados de factor de seguridad para los distintos factores correctores son:

$\eta$			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
1,73	1,71	1,57	1,59

Tabla 6.18. Factor de seguridad frente carga estática para distintos valores de factor corrector

Todos los valores son superiores a 1,3, por lo tanto, el resorte es seguro.

### Deflexión

La deflexión producida por la fuerza de 1000 N es:

$$\delta = \frac{8FD^3N_a}{d^4G} = \frac{8 \cdot 1000 \cdot 70^3 \cdot 11}{8^4 \cdot 77200} = 95,46 \text{ mm}$$

### Razón de resorte.

Para calcular la razón de resorte o constante elástica se utilizará esta expresión:

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{1000}{95,46} = 10,47 \text{ N/mm}$$

**Fuerza necesaria para comprimir el resorte hasta su longitud sólida.**

Para calcular esta fuerza, primero deberemos obtener la deflexión necesaria para comprimir totalmente el resorte.

$$\delta_s = l_f - l_s = 250 - 96 = 154 \text{ mm}$$

La fuerza necesaria será:

$$F = \delta_s k = 154 \cdot 10,47 = 1612,38 \text{ N}$$

Esta fuerza produce los siguientes esfuerzos:

$\tau_{\text{máx}} \text{ (Mpa)}$			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
593,43	600,81	655,13	649,06
$\sigma_{vm} \text{ (Mpa)}$			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
1027,85	1040,63	1134,72	1124,21
$\eta$			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
1,08	1,06	0,97	0,98

Tabla 6.19. Tensiones y factor de seguridad frente a carga estática para longitud sólida

En este caso el factor de seguridad es en todos los casos inferior a 1,3, que es el factor de seguridad mínimo permitido, por lo tanto se encuentra fuera de la zona de seguridad. Además, en el caso de los dos factores que tienen en cuenta la curvatura, es inferior a la unidad. El resorte no puede trabajar hasta estos niveles de compresión.

**Fuerza necesaria para producir fallo por carga estática.**

$$\tau_{\text{max}} = \frac{S_{sy}}{\eta} = \frac{638,49}{1,3} = 491,15 \text{ MPa}$$

El valor de fuerza mínima la dará el factor de Wahl, por ello se aplica el mismo para calcularla:

$$F = \frac{\tau_{\text{max}} \cdot \pi \cdot d^3}{8 \cdot k_w \cdot D} = \frac{491,15 \cdot \pi \cdot 8^3}{8 \cdot 1,167 \cdot 70} = 1208,86 \text{ N}$$

La fuerza máxima que puede soportar el resorte es de 1208,86 N.

### **Frecuencia natural**

La frecuencia natural de un resorte se puede calcular mediante la ecuación 3.34:

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{kg}{W}}$$

El peso de la parte activa es (ecuación 3.36):

$$W = \frac{\pi^2 d^2 D N_a \gamma}{4} = \frac{\pi^2 \cdot 8^2 \cdot 70 \cdot 11 \cdot 76930 \cdot 10^{-9}}{4} = 9,35 \text{ N}$$

El peso específico  $\gamma$  del acero es 76.930 N/m<sup>3</sup>

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{10,47 \cdot 9,81 \cdot 1000}{9,35}} = 52,4 \text{ Hz}$$

### **Comprobación a pandeo**

Se procede a aplicar el método descrito por *Shigley*. Se comprueba que la longitud libre cumple la condición de estabilidad propuesta (ecuación 3.31).

$$L_f < \frac{\pi D}{\alpha} \left[ \frac{2(E - G)}{2G + E} \right]^{1/2}$$

Los extremos del resorte están apoyados sobre dos superficies planas paralelas, así que según la tabla 3.3 el valor de  $\alpha$  es de 0,5.

El módulo elástico del material  $E$  es de 203,4 GPa y su Módulo de elasticidad por cortante  $G$  de 77,2 GPa.

$$L_f < \frac{\pi \cdot 70}{0,5} \left[ \frac{2(203,4 - 77,2)}{2 \cdot 77,2 + 203,4} \right]^{1/2}$$

$$L_f < 369,4 \text{ mm}$$

La longitud libre del resorte es de 250 mm. Verifica la condición, por lo tanto, no presenta problemas de pandeo.



Realizando la comprobación con la gráfica proporcionada por Hamrock (figura 3.16).

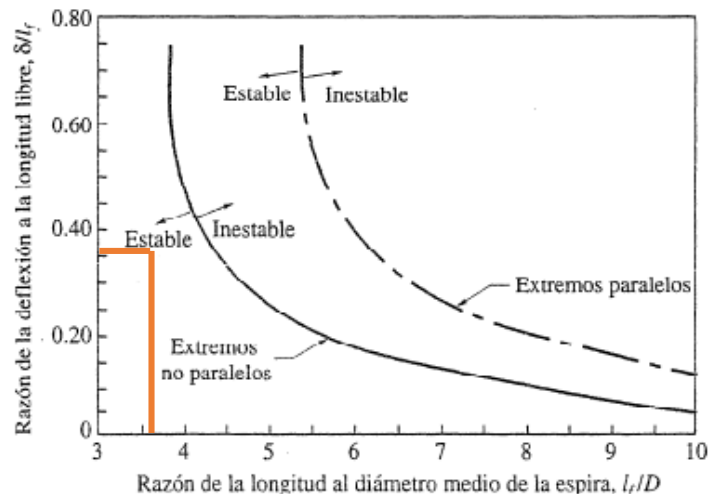


Figura 6.46. Comprobación de pandeo con la gráfica proporcionada por Hamrock

Para la fuerza definida en el problema de 1000 N se obtiene una deflexión de 95,45 mm. La razón de deflexión a la longitud libre es de  $95,45/250=0,38$ . La razón de la longitud al diámetro medio de la espira es  $250/70=3,57$ . El punto obtenido con estas coordenadas sobre la gráfica queda dentro del área estable. También se comprueba así que el resorte no presentará problemas de alabeo.

### Fatiga

En este punto se va a proceder a comprobar si el resorte cumple la condición de vida infinita. Primero se calcula la componente media y alternante de la fuerza. Como la fuerza va de un máximo a un mínimo nulo, estas componentes tendrán igual valor

$$F_a = F_m = 500 \text{ N}$$

Con estos valores se pueden calcular los esfuerzos máximos en el resorte (ecuación 3.7).

$$\tau_a = \frac{8F_a kD}{\pi d^3} = \tau_m$$

$T_a$ (MPa)	$T_m$ (MPa)
$k_B$	$k_B$
201,28	201,28
$k_w$	$k_w$
203,16	203,16

Tabla 6.20. Esfuerzo alterno y medio según el factor corrector aplicado

Se usará el esfuerzo mayorado con el factor de Wahl.

### 1. Criterio de Goodman

Se aplica la ecuación 3.45 con las componentes alterna y media del esfuerzo y se calcula el factor de seguridad.

$$\frac{\tau_a}{S_{se}} + \frac{\tau_m}{S_{su}} = 1/\eta$$

$$\frac{203,16}{587,41} + \frac{203,16}{855,58} = 1/\eta$$

$$\eta = 1,71$$

El factor de seguridad es superior a 1,3, por lo que el diseño es válido.

- *Método propuesto por SolidWorks Simulation*

$$S_m = S_a = \sqrt{3} \cdot \tau_m = \sqrt{3} \cdot 203,16 = 351,88 \text{ MPa}$$

$$S_e = \sqrt{3} \cdot S_{se} = \sqrt{3} \cdot 587,41 = 1017,42 \text{ MPa}$$

$$S_{ac} = \frac{S_a}{1 - \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)} = \frac{351,88}{1 - \left(\frac{351,88}{1276,98}\right)} = 485,72 \text{ MPa}$$

El factor de seguridad es

$$\eta = \frac{S_e}{S_{ac}} = \frac{1017,42}{485,72} = 2,09$$

### 2. Criterio de Gerber

$$\frac{\eta \tau_a}{S_{se}} + \left(\frac{\eta \tau_m}{S_{su}}\right)^2 = 1$$

$$\frac{\eta 203,16}{587,41} + \left(\frac{\eta 203,16}{855,58}\right)^2 = 1$$

$$\eta = 2,14$$

- Método propuesto por SolidWorks Simulation

La tensión alternante equivalente se calcula aplicando:

$$S_{ac} = \frac{S_a}{1 - \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2} = \frac{351,88}{1 - \left(\frac{351,88}{1276,98}\right)^2} = 380,8 \text{ MPa}$$

El factor de seguridad es

$$\eta = \frac{S_e}{S_{ac}} = \frac{1017,41}{380,8} = 2,67$$

### 3. Resumen de los resultados

Los resultados, aunque no idénticos, se aproximan. El método empleado por SolidWorks es menos conservador que el analítico.

	GOODMAN	GERBER
<b>Criterio</b>	1,71	2,14
<b>Método Solid Works</b>	2,09	2,67

Tabla 6.21. Resumen de los resultados analíticos del factor de seguridad para fatiga

## 6.2.2 Cálculo con SolidWorks Simulation

Ahora se realizará el estudio del resorte con el software de SolidWorks Simulation. En primer lugar, se creará un estudio estático lineal para analizar las tensiones, desplazamientos y factor de seguridad del resorte. Tras ello se realizará un estudio de frecuencia, y por último se ejecutará un estudio de fatiga.

### **Características del material**

Las características del material se resumen en la figura 6.47. Según la tabla 2.1, el límite elástico del material A229 es aproximadamente un 90% el valor de la resistencia a la tensión (1149,28 MPa). El módulo elástico E y el módulo de elasticidad por cortante G también se obtienen de esta tabla.

Material

Propiedades
Tablas y curvas
Apariencia
Rayado
Personalizado
Datos de aplicación

Propiedades de material  
No se pueden editar los materiales en la biblioteca predeterminada. Para editar un material, cópielo primero a una biblioteca personalizada.

Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal  
Unidades: SI - N/mm<sup>2</sup> (MPa)  
Categoría: Resorte helicoidal  
Nombre: ASTM A229  
Criterio de fallos predeterminado: Tensión cortadura máx. (Tresca)  
Descripción:  
Origen:  
Sostenibilidad: No definido

Propiedad	Valor	Unidades
Módulo de elasticidad en X	203400	N/mm <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson en XY	0.28	N/D
Módulo cortante en XY	77200	N/mm <sup>2</sup>
Densidad de masa	7700	kg/m <sup>3</sup>
Límite de tracción en X	1276.97	N/mm <sup>2</sup>
Límite de compresión en X		N/mm <sup>2</sup>
Límite elástico	1149.28	N/mm <sup>2</sup>
Coefficiente de expansión térmica en X	1.3e-005	/K
Conductividad térmica en X	50	W/(m·K)
Calor específico	460	J/(kg·K)
Cociente de amortiguamiento del material		N/D

Aplicar
Cerrar
Guardar
Config...
Ayuda

Figura 6.47. Propiedades del material definidas

### Cargas y Sujeciones

Una vez definidas las propiedades del material, el siguiente paso es la aplicación de las cargas y sujeciones del modelo. En este caso se aplicará una fuerza distribuida sobre la superficie de la pieza adicional superior por valor de 1000N.

De manera similar se definirá la sujeción sobre la pieza inferior como se ve en la figura 6.43. Además, para garantizar que la pieza cilíndrica superior tenga un movimiento completamente vertical se limitará la traslación sobre el plano horizontal y la rotación sobre su propio eje, permitiendo solo una traslación vertical (figura 6.50).

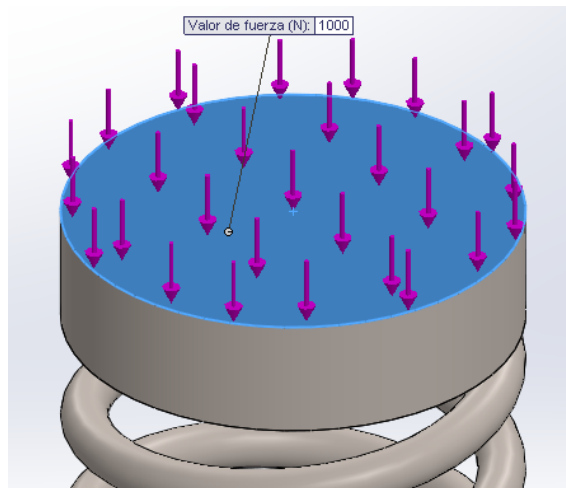


Figura 6.48. Detalle de carga remota sobre la pieza del extremo

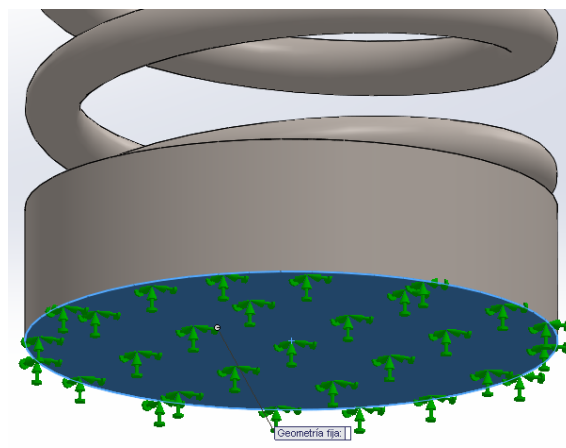


Figura 6.49. Detalle de geometría fija

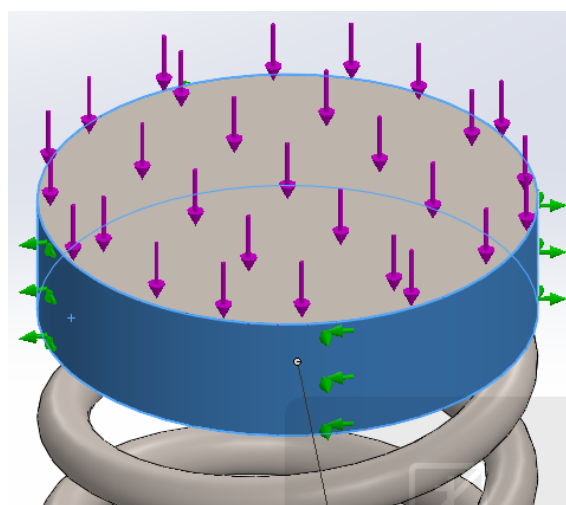


Figura 6.50. Detalle de geometría de referencia

### Mallado

Antes de mallar el elemento, es necesario definir el contacto entre componentes del ensamblaje. Por defecto viene definido como *unión rígida*, donde los componentes o sólidos seleccionados se comportan como si estuvieran soldados durante la simulación. Se mantendrá esta configuración para garantizar el contacto entre las piezas auxiliares y los extremos del resorte. Se debe seleccionar la opción *Mallado incompatible*, que genera la malla por separado para cada componente y reduce las posibilidades de que el mallado y la simulación presente fallos o errores.

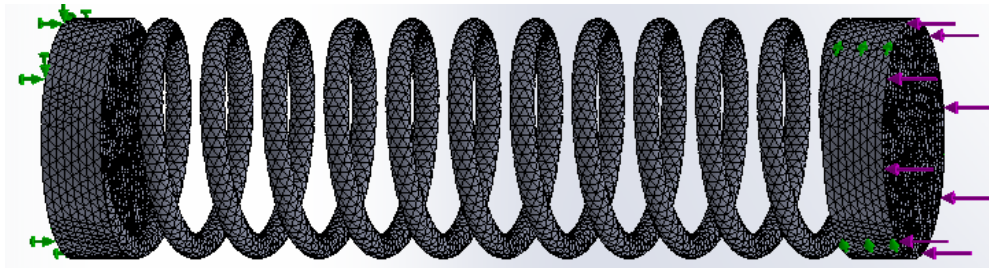


Figura 6.51. Resorte mallado

### Trazados de desplazamientos

Primero se va a comprobar la deflexión que origina en el resorte la fuerza de 1000 N. Una vez obtenida dicha deflexión se puede calcular la *razón del resorte*  $k$ .

Se genera un *trazado de desplazamientos de Y* (dirección vertical). De esta forma se obtiene la deflexión del resorte.

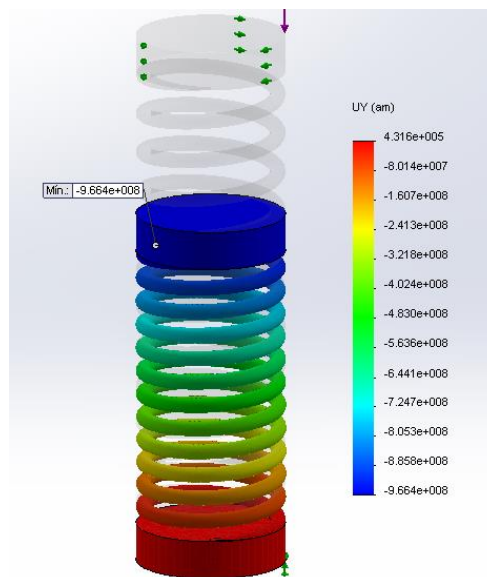


Figura 6.52. Resorte comprimido bajo una carga de 1000 N

La deflexión máxima corresponde a 96 mm aproximadamente. Aplicando la siguiente ecuación se puede calcular la razón del resorte.

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{1000}{96} = 10,41 \frac{N}{mm}$$

La deflexión necesaria para lograr la longitud sólida del resorte es de 154mm por lo que la fuerza a aplicar para lograr comprimir el resorte hasta dicha longitud es:

$$F = k\delta = 10,41 \cdot 154 = 1604 \text{ N}$$

A continuación se aplica la fuerza mencionada y se vuelve a ejecutar el estudio. Se comprueba en la figura 6.53 como para un valor de 1604 N se comprime el resorte completamente.

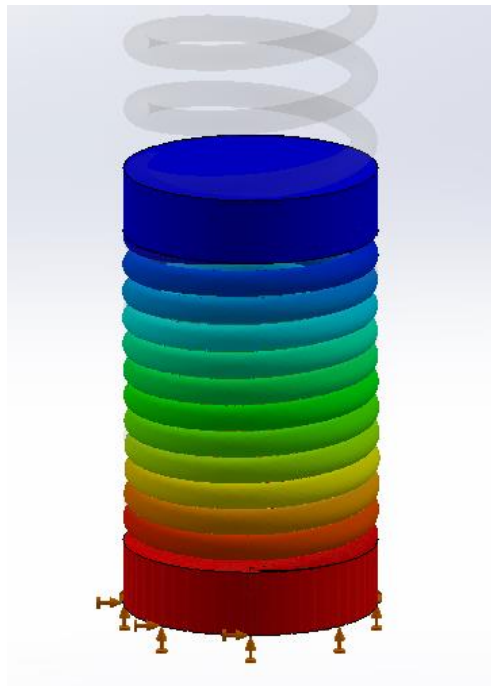


Figura 6.53. Resorte comprimido hasta su longitud sólida bajo una fuerza de 1604 N

### Trazados de tensiones

#### 4. Tensión de Von Mises

En la siguiente figura se muestra el trazado de tensiones de Von Mises

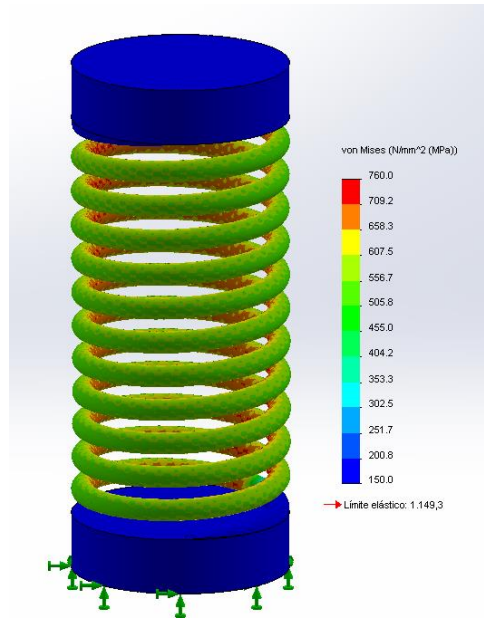


Figura 6.54. Trazado de tensiones de Von Mises

En la figura se observa que el esfuerzo máximo se encuentra en el interior de la espira. El valor de esfuerzo máximo aparece en un punto que está en contacto entre el cilindro superior y el extremo del resorte. Esto es debido al contacto entre ambos componentes, que provoca un esfuerzo de contacto. Este es un valor aislado que no se tendrá en cuenta.

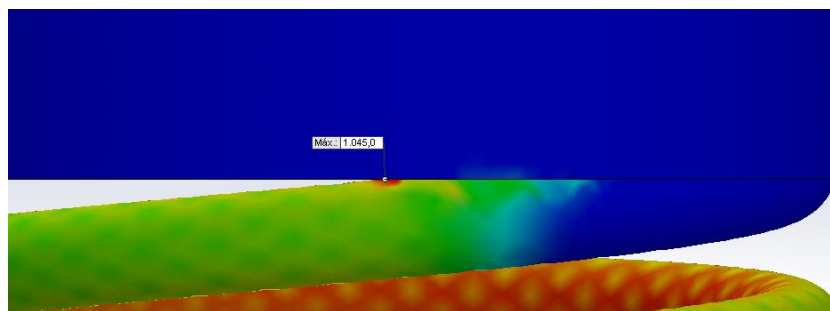


Figura 6.55. Detalle de esfuerzo máximo

Para comprobar el valor máximo de la tensión de Von Mises en el resorte se utilizará la herramienta *Iso Superficie*.



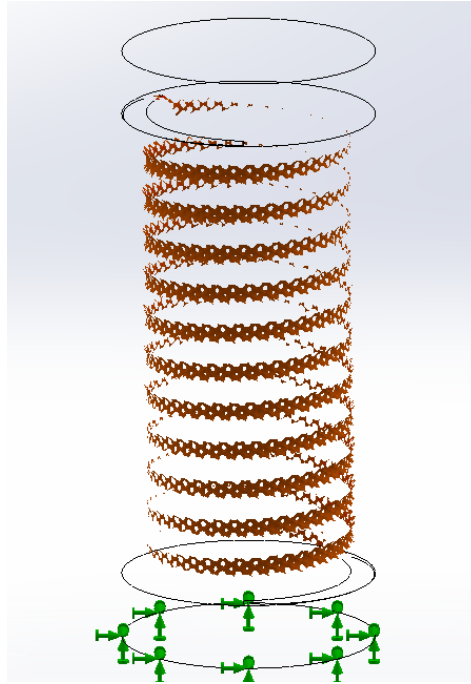


Figura 6.56. Iso Superficie de 702 MPa sobre el trazado de tensiones de Von Mises

En la anterior figura se muestra la Iso Superficie realizada sobre el modelo. Para un valor de 702 MPa se obtiene una tensión desarrollada sobre el interior de la espira.

$$\sigma_{VM,max} = 702 \text{ MPa}$$

En la figura 6.57 se puede observar como la espira del extremo no trabaja. En el otro extremo ocurre lo mismo.

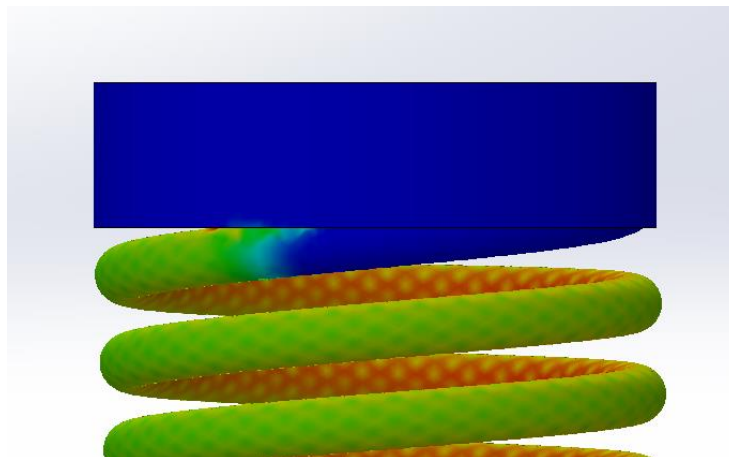


Figura 6.57. Los extremos del resorte no trabajan

5. Tensión cortante en dirección Y en plano X ( $\tau_{yz}$ )

Si sobre este trazado se utiliza la herramienta *identificar valores* se puede obtener el valor del esfuerzo cortante máximo.

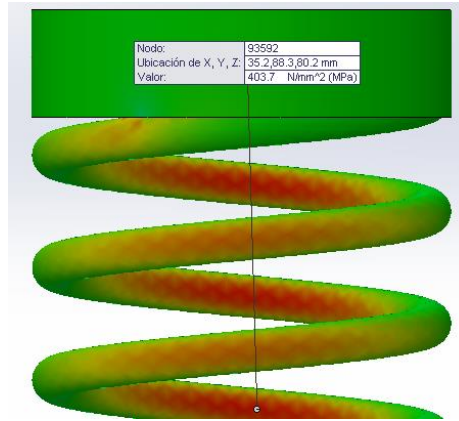


Figura 6.58. Detalle del valor del cortante máximo

Utilizando esta herramienta se ha obtenido un valor de cortante máximo de 403,7 MPa.

$$\tau_{max} = 403,7 \text{ MPa}$$

De igual manera que se hizo en el anterior ejemplo, se va a representar la distribución del cortante sobre el alambre.

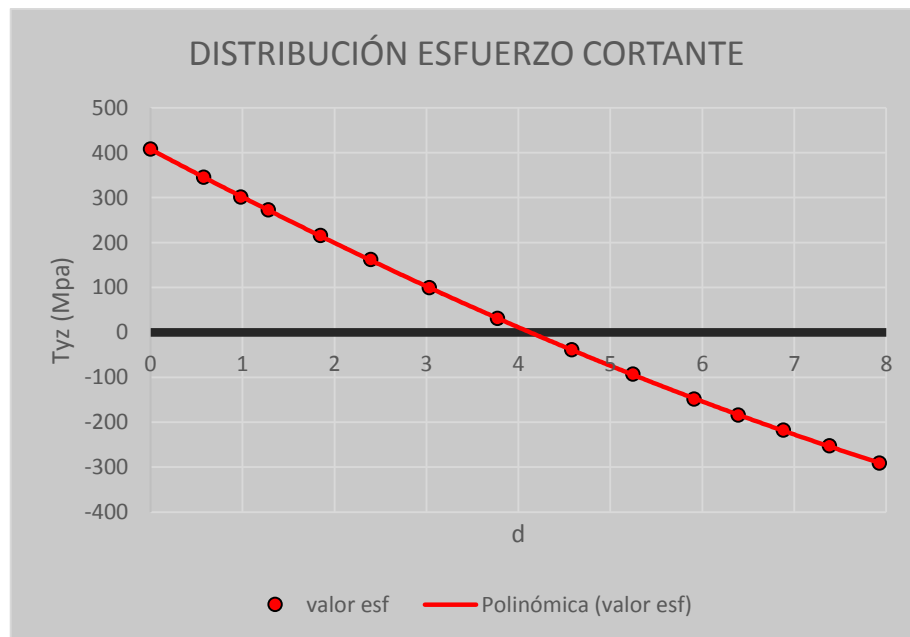


Figura 6.59. Distribución del esfuerzo cortante sobre el alambre

En la tabla 6.22 se realiza el resumen de los resultados de tensiones obtenidos.

TENSIÓN	VALOR (MPa)
Von Mises $\sigma_{VM,max}$	702
Cortante $\tau_{max}$	403,7

Tabla 6.22. Esfuerzos máximos obtenidos con SolidWorks

### Trazado de factor de seguridad

El programa propone distintos criterios para evaluar la seguridad del elemento a estudiar. Para resortes se utiliza el criterio de cortadura máxima con la peculiaridad de que la tensión admisible es el límite de fluencia a cortadura.

El programa propone la siguiente expresión para este criterio:

$$\eta = \frac{0,5\sigma_{lim}}{\tau_{max}}$$

Pero para resortes se aplica:

$$\eta = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}}$$

$$\eta = \frac{0,5\sigma_{lim}}{\tau_{max}} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot S_{sy}}{\tau_{max}} = \frac{S_{sy}}{\tau_{max}}$$

El límite definido corresponderá a dos veces la resistencia de fluencia por torsión, es decir, 1276,98 MPa.

Se aplica la herramienta Iso Superficie para obtener el menor factor de seguridad sobre el modelo. Para un valor de 1,59 el factor de seguridad está totalmente desarrollado en el interior del alambre (Figura 6.60).

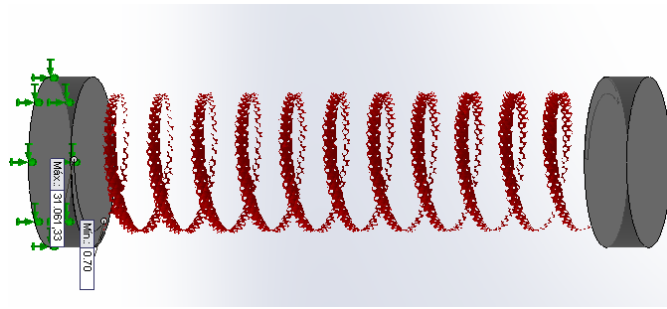


Figura 6.60. Iso Superficie de 1,59 sobre el trazado de factor de seguridad

Por lo tanto

$$\eta = 1,59$$

Si se comprueba el factor de seguridad cuando el resorte alcanza su longitud sólida el resultado es de 0,97, presentando así fallo a fluencia.

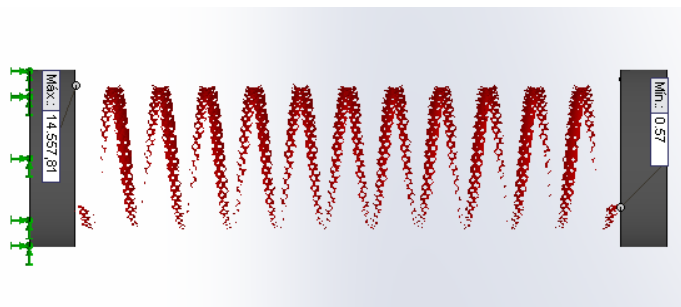


Figura 6.61. Iso Superficie de 0,97 sobre el trazado de factor de seguridad cuando el resorte está comprimido hasta su longitud sólida

Si se hace lo mismo para una fuerza de 1208 N que es la máxima calculada analíticamente que puede soportar el resorte para que su factor de seguridad sea igual a 1,3.

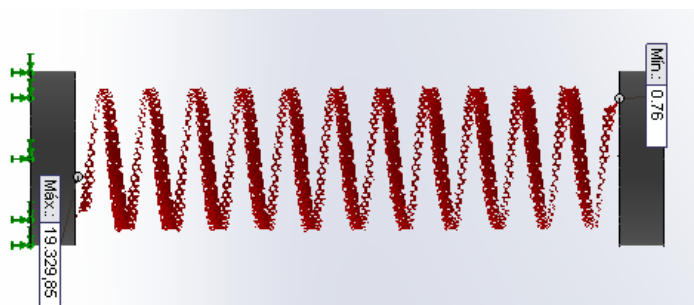


Figura 6.62. Iso Superficie de 1,3 sobre el trazado de factor de seguridad cuando el resorte está soportando una fuerza de 1208 N

### Cálculo de la frecuencia natural

Para este estudio se definen dos sujeciones del tipo *geometría fija*, una es la misma que en el estudio estático y la otra es aplicada sobre el cilindro superior de la misma forma que en el cilindro inferior.

Como en el caso del resorte con los extremos simples sin rectificar, es el tercer modo de vibración el que coincide con el estudiado en el resorte.

Modos de lista

Nombre de estudio: Estudio 2

Nº de modo	Frecuencia(Rad/seg)	Frecuencia(Hertz)	Período(Segundos)
1	286.93	45.666	0.021898
2	288.57	45.927	0.021773
3	324.94	51.715	0.019337
4	365.83	58.224	0.017175
5	627.18	99.819	0.010018

Cerrar Guardar Ayuda

Figura 6.63. Listado de frecuencias naturales

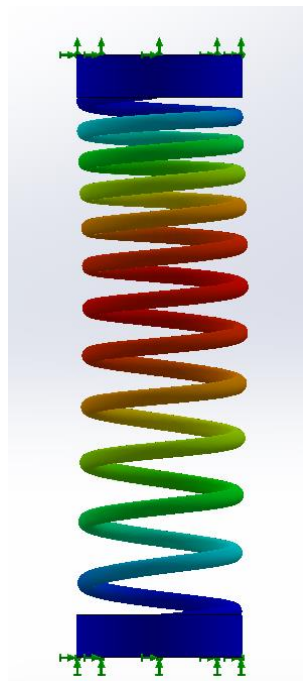


Figura 6.64. Trazado de desplazamientos del Modo 3 de vibración

### Cálculo a fatiga

En este punto se va a ejecutar un nuevo estudio de fatiga, para así comprobar el resorte a fatiga bajo las cargas definidas en el enunciado propuesto. La configuración será igual que en el anterior ejemplo, a diferencia que se fijará la vida infinita en  $10^7$  ciclos. Se utiliza la tensión de Von Mises para evaluar las tensiones alternas.

Se definen las curvas S-N con los datos analíticos y se genera un suceso de carga con una aplicación de  $10^7$  ciclos y con la carga en base en 0 (de un máximo de 1000 N a un mínimo de 0). Una vez definidas las propiedades del estudio, las características del material y agregados los sucesos de carga se ejecuta el estudio y se visualizan los trazados.

#### 1. Goodman

El trazado de *Vida* confirma la vida infinita del elemento, ya que todos los puntos tienen una duración de  $10^7$  ciclos.

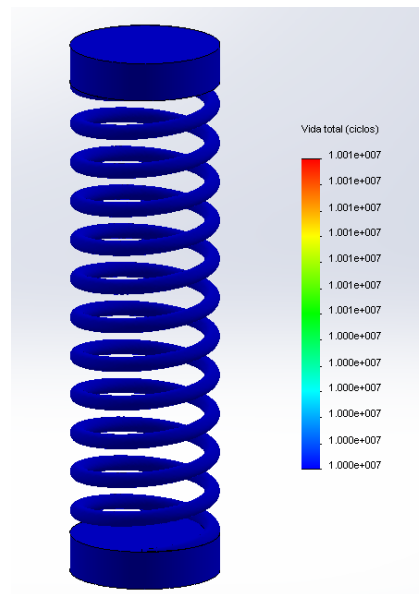


Figura 6.65. Vida total del resorte

Si se aplica una Iso-Superficie sobre el modelo para comprobar el factor de seguridad mínimo. El resultado no es en absoluto el esperado, como se puede observar en la figura 6.66. Además de que el factor de seguridad obtenido es mayor que el calculado analíticamente (2,09), la distribución de este factor de seguridad no es la supuesta. Es ilógico que el factor de seguridad sea inferior en el exterior de la espira que en el interior, donde las tensiones son mayores. En el *Anexo 1* ya se menciona que el programa presenta resultados confusos en los casos de aplicación de Goodman o Soderberg. También en el ejemplo del resorte con extremos simples la distribución no era la correcta. Por lo tanto, este trazado no es relevante.

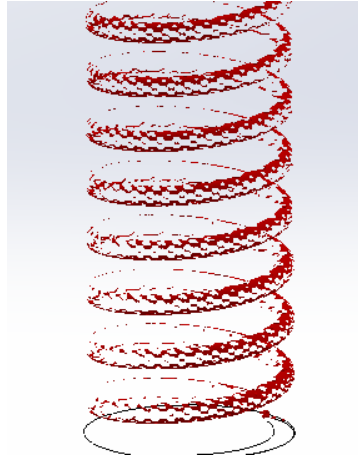


Figura 6.66. Desarrollo del factor de seguridad bajo el criterio de Goodman

Aun así, el factor de seguridad para fatiga con la corrección de Goodman, según esta Iso Superficie es:

$$\eta(\text{Goodman}) = 2,8$$

## 2. Gerber

En el caso del trazado de *Vida*, el resultado es el mismo que para Goodman, así que no se va a mostrar la figura. Si se observa la distribución del factor de seguridad para este trazado, el resultado sí coincide plenamente con la distribución de tensiones sobre el elemento, a diferencia del caso en el que se aplica Goodman.

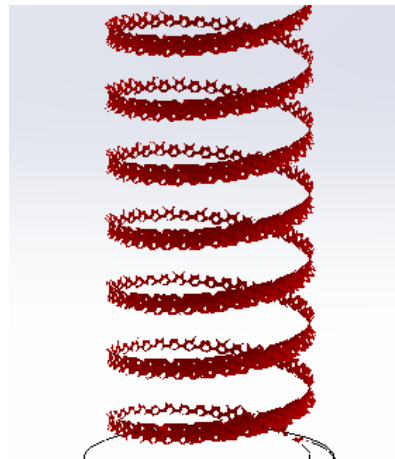


Figura 6.67. Desarrollo del factor de seguridad bajo el criterio de Gerber

El factor de seguridad mínimo con Gerber es

$$\eta(\text{Gerber}) = 2,7$$

### Resumen de los resultados

A continuación se recogen los resultados obtenidos con Solid Works Simulation.

Fuerza F	1000 N
Deflexión $\delta$	96 mm
Razón de resorte k	10,41 N/mm
Fuerza para longitud sólida $F_s$	1604 N
Tensión Von Mises máxima $\sigma_{VM,max}$	702 MPa
Esfuerzo cortante máximo $\tau_{max}$	403,7 MPa
Factor de seguridad mínimo $\eta_s$	1,59
Frecuencia natural f	51,7 Hz

Tabla 6.23. Resumen resultados Solid Works

Para el caso de fatiga:

Fuerza $F_{max}-F_{min}$	1000 N – 0 N
Factor de seguridad (Goodman)	2,8
Factor de seguridad (Gerber)	2,7

Tabla 6.23. Resumen resultados fatiga SolidWorks

### 6.2.3 Comparativa entre métodos clásicos y simulación con SolidWorks

En el caso de la deflexión existe una diferencia de 0,54 mm entre ambos resultados, realmente un valor casi despreciable. Por lo tanto, la razón de resorte es muy similar, siendo 10,47 N/mm la calculada analíticamente y 10,41 N/mm mediante el software. La fuerza necesaria para cerrar completamente el resorte es de 1612,38 N para el método analítico y 1604 N para el método computacional.

	MÉTODOS CLÁSICOS	SOLID WORKS SIMULATION
Deflexión $\delta$	95,46 mm	96 mm
Razón de resorte k	10,47 N/mm	10,41 N/mm
Fuerza para long. Sólida $F_s$	1612,38 N	1604 N

Tabla 6.24. Comparativa de resultados entre métodos clásicos y SolidWorks Simulation



En la siguiente tabla se comparan los resultados de tensiones entre ambos métodos, aplicando el *factor de Wahl*  $k_w$  para el cálculo analítico. Los resultados son muy similares en ambos casos.

TENSIÓN	ANALÍTICO	SOLID WORKS
<b>Von Mises <math>\sigma_{VM,max}</math></b>	703,76	702
<b>Cortante <math>\tau_{max}</math></b>	406,31	403,7
<b>Factor de seguridad</b>	1,59	1,57

Tabla 6.25. Esfuerzos máximos obtenidos con SolidWorks

En cuanto a las frecuencias naturales o resonantes, analíticamente se calculó que esta era igual a 52,4Hz. El estudio de frecuencia ejecutado dio los resultados para los 5 primeros modos de vibración, siendo el tercero (51,7 Hz) el que se aproxima a este valor.

Por último, se va a comparar los resultados para fatiga. En la tabla 6.26 se resumen los resultados obtenidos tanto analíticamente como con la simulación en SolidWorks. Anteriormente ya se comentaron las diferencias entre los cálculos analíticos aplicando las ecuaciones y el método propuesto por el programa. Lo más reseñable es la diferencia entre los cálculos analíticos utilizando el método que sigue SolidWorks y lo obtenido mediante los trazados de factor de carga. Como se ha comentado, carece de sentido que estos no coincidan, así como la extraña distribución de dicho factor sobre la superficie del resorte. En cambio, para la teoría no lineal de Gerber, los resultados coinciden y la distribución es correcta.

	GOODMAN	GERBER
<b>Criterio</b>	1,71	2,14
<b>Método Solid Works</b>	2,09	2,67
<b>Simulación</b>	2,8	2,7

Tabla 6.26. Resumen de los resultados del factor de seguridad para fatiga

### 6.3 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS CERRADOS

Ahora se va a calcular el resorte helicoidal de compresión con extremos cerrados de la figura 6.68.

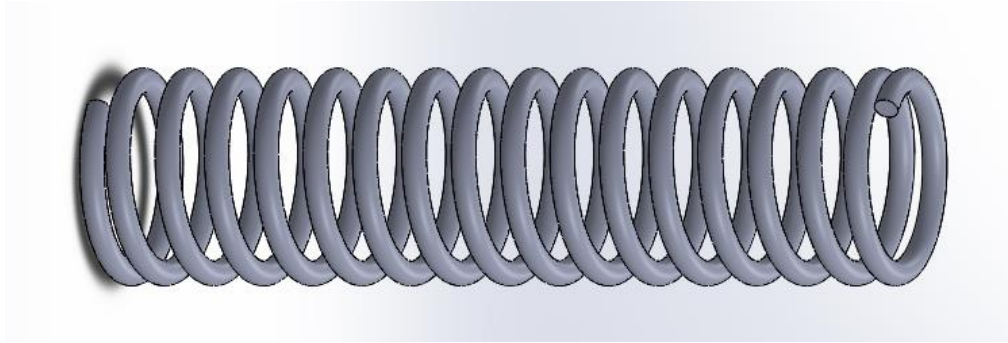


Figura 6.68. Resorte helicoidal de compresión con extremos cerrados

El resorte dimensionado tiene las siguientes características geométricas:

Término	Extremos simples y rectificadas
<b>Número de espiras de los extremos <math>N_e</math></b>	2
<b>Número total de espiras <math>N_t</math></b>	17
<b>Número de espiras activas <math>N_a</math></b>	15
<b>Paso <math>p</math></b>	15mm
<b>Diámetro medio <math>D</math></b>	55 mm
<b>Diámetro del alambre <math>d</math></b>	7 mm
<b>Índice del resorte <math>C</math></b>	7,85
<b>Longitud libre <math>L_f</math></b>	$L_f = pN_a + 3d = 15 \cdot 15 + 3 \cdot 7 = 246$ mm
<b>Longitud sólida <math>L_s</math></b>	$L_s = dN_t = 7 \cdot 17 = 119$ mm

Tabla 6.27. Características geométricas del resorte

#### Enunciado:

El material seleccionado para el resorte es un acero al cromo vanadio ASTM-A231 sin preesforzado ni granallado.

Este resorte deberá soportar una carga de 600 N. Se debe comprobar que no produzca fallo por carga estática.

También se calculará: deflexión; razón de resorte; fuerza necesaria para lograr la longitud sólida; frecuencia natural; comprobación a pandeo.

El resorte operará bajo la carga máxima de 600 N a un mínimo nulo, siendo necesaria una durabilidad infinita ( $10^7$  ciclos).

### 6.3.1 Cálculo con métodos clásicos

Se aplican los métodos teóricos de cálculo para la comprobación del resorte.

#### Características del material

En la siguiente tabla se muestran las características del material, extraídas de las tablas y las ecuaciones pertinentes, tal como se realizó en los anteriores ejemplos.

Resistencia	Valor
$S_{ut}$	1445,1 MPa
$S_{sy}$	722,55 MPa
$S_{se}$ ( $10^7$ ciclos)	549,14 MPa
$S_{su}$	968,22 MPa
$E$	203,4 GPa
$G$	77,2 GPa

Tabla 6.28. Resistencias y características del material

#### Esfuerzos sobre el resorte

Factores correctores:

Factor	Valor
$k_d$	1,063
$k_s$	1,078
$k_w$	1,187
$k_B$	1,176

Tabla 6.29. Valor de los factores correctores

Y los esfuerzos cortantes máximos con la corrección:

$\tau_{m\acute{a}x}$ (Mpa)			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
260,59	264,17	290,97	288,09

Tabla 6.30. Esfuerzo cortante máximo para distintos factores correctores aplicados

Esfuerzo de Von Mises máximo:

$\sigma_{vm}$ (Mpa)			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
451,35	457,56	503,97	498,98

Tabla 6.31. Esfuerzo de Von Mises máximo para distintos factores correctores aplicados

Los resultados de factor de seguridad para los distintos factores correctores son:

$\eta$			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
2,77	2,74	2,48	2,51

Tabla 6.32. Factor de seguridad frente carga estática para distintos valores de factor corrector

El resorte es seguro para la carga de operación

### Deflexión

La deflexión producida por la fuerza de 1000 N es:

$$\delta = \frac{8FD^3N_a}{d^4G} = \frac{8 \cdot 600 \cdot 55^3 \cdot 15}{7^4 \cdot 77200} = 64,62 \text{ mm}$$

### Razón de resorte.

Para calcular la razón de resorte o constante elástica se utilizará esta expresión:

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{600}{64,62} = 9,28 \text{ N/mm}$$

### Fuerza necesaria para comprimir el resorte hasta su longitud sólida.

Para calcular esta fuerza, primero deberemos obtener la deflexión necesaria para comprimir totalmente el resorte.

$$\delta_s = l_f - l_s = 246 - 119 = 127 \text{ mm}$$

La fuerza necesaria será:

$$F = \delta_s k = 127 \cdot 9,28 = 1179,08 \text{ N}$$

Esta fuerza produce los siguientes esfuerzos:

$T_{\text{máx}} \text{ (Mpa)}$			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
512,09	519,14	571,79	566,13
$\sigma_{vm} \text{ (Mpa)}$			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
886,96	899,17	990,38	980,56
$\eta$			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
1,41	1,39	1,26	1,28

Tabla 6.33. Tensiones y factor de seguridad frente a carga estática para longitud sólida

El factor de seguridad sigue siendo mayor que la unidad.

### **Frecuencia natural**

La frecuencia natural de un resorte se puede calcular mediante la ecuación 3.34:

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{kg}{W}}$$

El peso de la parte activa es (ecuación 3.36):

$$W = \frac{\pi^2 d^2 D N_a \gamma}{4} = 7,67 \text{ N}$$

El peso específico  $\gamma$  del acero es 76.930 N/m<sup>3</sup>

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{9,28 \cdot 9,81 \cdot 1000}{7,67}} = 54,47 \text{ Hz}$$

### Comprobación a pandeo

Se comprueba que la longitud libre cumple la condición de estabilidad propuesta (ecuación 3.31).

$$L_f < \frac{\pi D}{\alpha} \left[ \frac{2(E - G)}{2G + E} \right]^{1/2}$$

Los extremos del resorte están apoyados sobre dos superficies planas paralelas, así que según la tabla 3.3 el valor de  $\alpha$  es de 0,5.

$$L_f < \frac{\pi \cdot 55}{0,5} \left[ \frac{2(203,4 - 77,2)}{2 \cdot 77,2 + 203,4} \right]^{1/2}$$

$$L_f < 290,25 \text{ mm}$$

La longitud libre del resorte es de 246 mm. Verifica la condición, por lo tanto, no presenta problemas de pandeo.

### Fatiga

En este punto se va a proceder a comprobar si el resorte cumple la condición de vida infinita. Primero se calcula la componente media y alternante de la fuerza. Como la fuerza va de un máximo a un mínimo nulo, estas componentes tendrán igual valor

$$F_a = F_m = 300 \text{ N}$$

Con estos valores se pueden calcular los esfuerzos máximos en el resorte (ecuación 3.7). Se usará el factor de Wahl.

$$\tau_a = \frac{8F_a k D}{\pi d^3} = \tau_m$$

$T_a, T_m$ (MPa)	$\sigma_a, \sigma_m$ (MPa)
$k_w$	$k_w$
145,48	251,99

Tabla 6.34. Esfuerzo alterno y medio según el factor corrector aplicado

### 1. Criterio de Goodman

Se aplica la ecuación 3.45 con las componentes alterna y media del esfuerzo y se calcula el factor de seguridad.

$$\frac{\tau_a}{S_{se}} + \frac{\tau_m}{S_{su}} = 1/\eta$$

$$\frac{145,48}{549,14} + \frac{145,48}{968,22} = 1/\eta$$

$$\eta = 2,4$$

- Método propuesto por SolidWorks Simulation

$$S_e = \sqrt{3} \cdot S_{se} = \sqrt{3} \cdot 549,14 = 951,14 \text{ MPa}$$

$$S_{ac} = \frac{S_a}{1 - \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)} = \frac{251,99}{1 - \left(\frac{251,99}{1445,1}\right)} = 305,21 \text{ MPa}$$

El factor de seguridad es

$$\eta = \frac{S_e}{S_{ac}} = \frac{951,14}{305,21} = 3,11$$

### 2. Criterio de Gerber

$$\frac{\eta \tau_a}{S_{se}} + \left(\frac{\eta \tau_m}{S_{su}}\right)^2 = 1$$

$$\frac{\eta 145,48}{549,14} + \left(\frac{\eta 145,48}{968,22}\right)^2 = 1$$

$$\eta = 3$$

- Método propuesto por SolidWorks Simulation

$$S_{ac} = \frac{S_a}{1 - \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2} = \frac{251,99}{1 - \left(\frac{251,99}{1445,1}\right)^2} = 259,9 \text{ MPa}$$

El factor de seguridad es

$$\eta = \frac{S_e}{S_{ac}} = \frac{951,14}{259,9} = 3,65$$

### 3. Resumen de los resultados

	GOODMAN	GERBER
<b>Criterio</b>	2,4	3
<b>Método Solid Works</b>	3,11	3,65

Tabla 6.35. Resumen de los resultados analíticos del factor de seguridad para fatiga

### 6.3.2 Cálculo con SolidWorks Simulation

#### Características del material

Las características del material se resumen en la siguiente figura:

The screenshot shows the 'Material' dialog box in SolidWorks, specifically the 'Propiedades' (Properties) tab. The material is identified as 'ASTM A231'. The 'Tipo de modelo' (Model type) is set to 'Isotrópico elástico lineal' (Isotropic elastic linear). The 'Unidades' (Units) are set to 'SI - N/mm^2 (MPa)'. The 'Categoría' (Category) is 'Resorte helicoidal' (Helical spring). The 'Criterio de fallos predeterminado' (Default failure criterion) is 'Tensión cortadura máx. (Tresca)'. The 'Sostenibilidad' (Sustainability) is set to 'No definido' (Not defined). Below these settings is a table of material properties:

Propiedad	Valor	Unidades
Módulo de elasticidad en X	203400	N/mm <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson en XY	0.28	N/D
Módulo cortante en XY	77200	N/mm <sup>2</sup>
Densidad de masa	7700	kg/m <sup>3</sup>
Límite de tracción en X	1445.1	N/mm <sup>2</sup>
Límite de compresión en X		N/mm <sup>2</sup>
Límite elástico	1300.59	N/mm <sup>2</sup>
Coefficiente de expansión térmica en X	1.3e-005	/K
Conductividad térmica en X	50	W/(m·K)
Calor específico	460	J/(kg·K)
Cociente de amortiguamiento del material		N/D

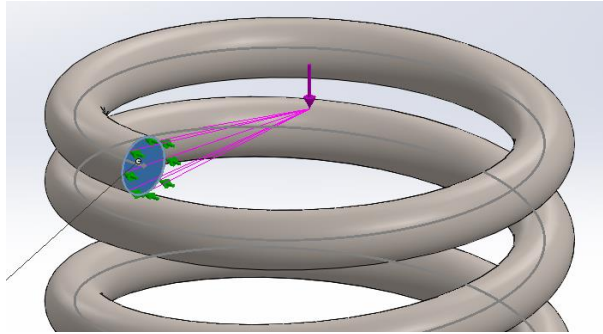
At the bottom of the dialog are buttons for 'Aplicar' (Apply), 'Cerrar' (Close), 'Guardar' (Save), 'Config...' (Configure...), and 'Ayuda' (Help).

Figura 6.69. Propiedades del material definidas

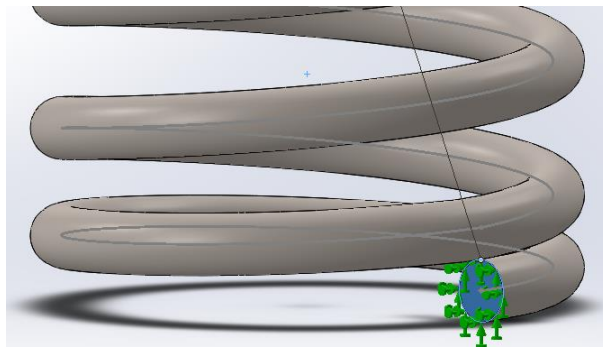


### **Cargas y Sujeciones**

Se aplica una carga remota sobre el extremo superior y una sujeción sobre el extremo inferior del alambre, tal como se hizo en el ejemplo del resorte con extremos simples.

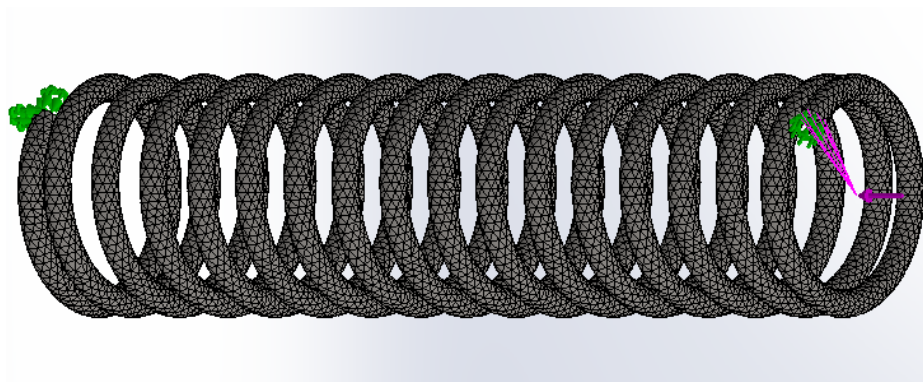


*Figura 6.70. Carga remota*



*Figura 6.71. Sujeción*

### **Mallado**

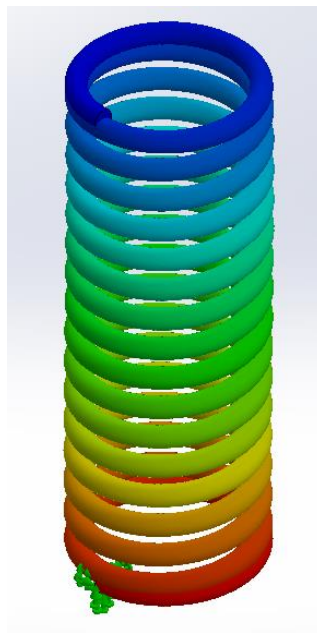


*Figura 6.72. Resorte mallado*

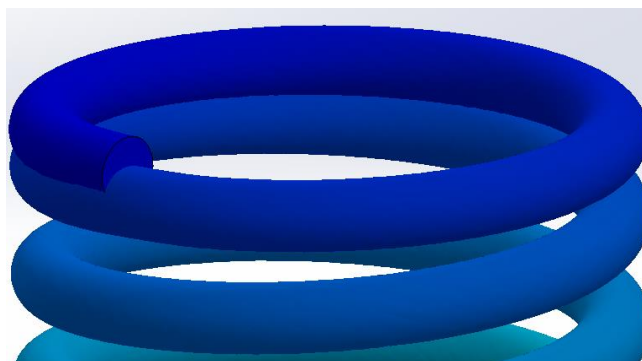
### ***Trazados de desplazamientos***

Debido a la aplicación de la carga, el extremo del resorte sufre una deformación, que produce una penetración del mismo sobre el propio modelo, ya que no se han podido definir restricciones de contacto entre el propio elemento. Por ello, hay que interpretar los resultados.

En la figura 6.73 se muestra la deformación del resorte bajo la carga de trabajo de 600 N. En la figura 6.74 se muestra en detalle la penetración. Esta es aproximadamente igual al radio del alambre. Como se produce en ambos extremos, al valor de deflexión se le debe restar una vez el diámetro del alambre.



*Figura 6.73. Resorte comprimido bajo una carga de 600 N*



*Figura 6.74. Detalle de penetración*

La deflexión máxima según este trazado es de 71,14 mm. Si se le resta el diámetro del alambre:  $\delta=64,14$  mm

La razón de resorte es:

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{600}{64,14} = 9,35 \frac{N}{mm}$$

La deflexión necesaria para lograr la longitud sólida del resorte es de 127 mm por lo que la fuerza a aplicar para lograr comprimir el resorte hasta dicha longitud es:

$$F = k\delta = 9,35 \cdot 127 = 1188 \text{ N}$$

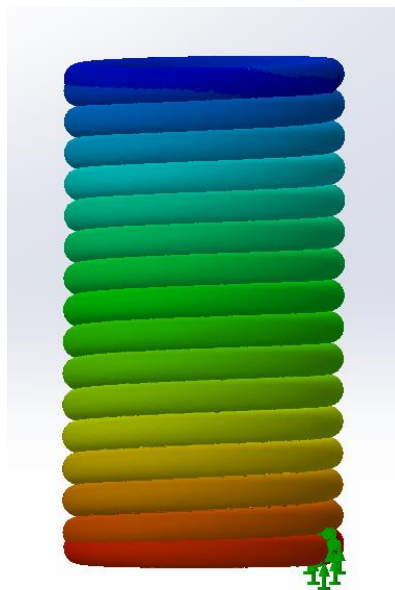


Figura 6.75. Resorte comprimido hasta su longitud sólida bajo una carga de 1188 N

### **Trazados de tensiones**

#### **1. Tensión de Von Mises**

Para comprobar el valor máximo de la tensión de Von Mises en el resorte se utilizará la herramienta *Iso Superficie*.

En la 6.76 se muestra la Iso Superficie realizada sobre el modelo. Para un valor de 495 se obtiene una tensión desarrollada sobre el interior de la espira. El valor máximo es aproximadamente de 505 MPa.

$$\sigma_{VM,max} = 505 \text{ MPa}$$

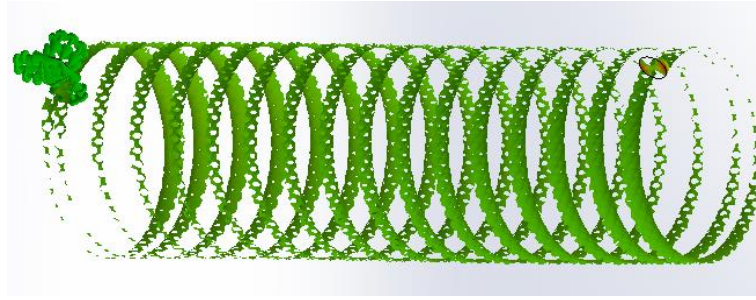


Figura 6.76. Iso Superficie de 495 MPa sobre el trazado de tensiones de Von Mises

## 2. Tensión cortante en dirección Y en plano X ( $\tau_{yz}$ )

De igual manera que se hizo en el anterior ejemplo, se va a representar la distribución del cortante sobre el alambre. El valor del cortante máximo es 291 MPa.

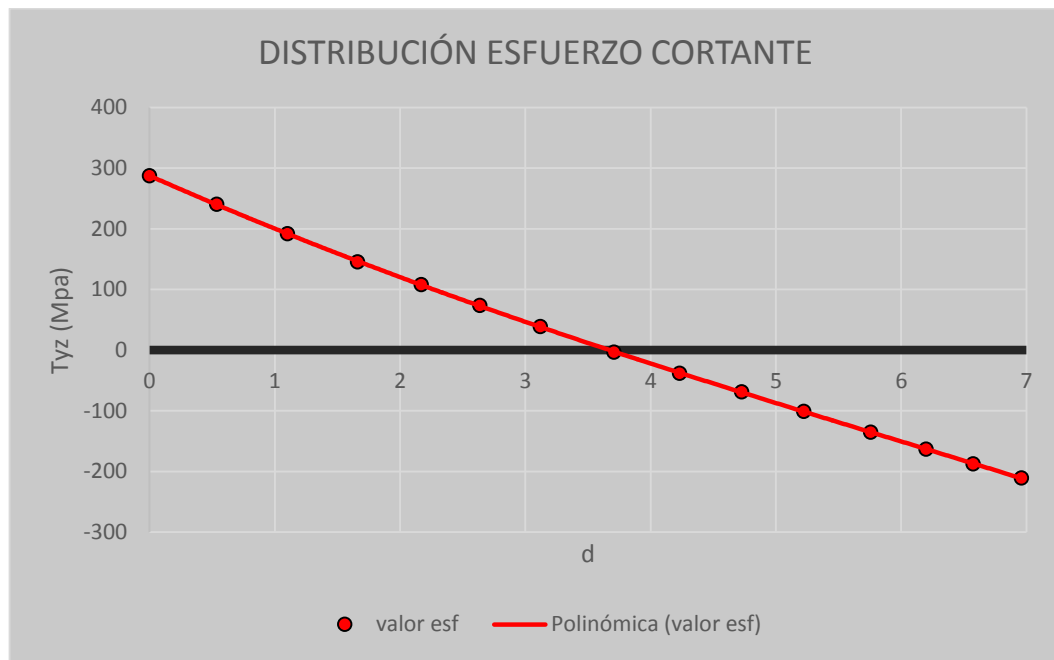


Figura 6.77. Distribución del esfuerzo cortante sobre el alambre

En la tabla 6.36 se realiza el resumen de los resultados de tensiones obtenidos.

TENSIÓN	VALOR (MPa)
Von Mises $\sigma_{VM,max}$	505
Cortante $\tau_{max}$	291

Tabla 6.36. Esfuerzos máximos obtenidos con SolidWorks

### Trazado de factor de seguridad

A continuación se comprueba el factor de seguridad mínimo aplicando una IsoSuperficie.

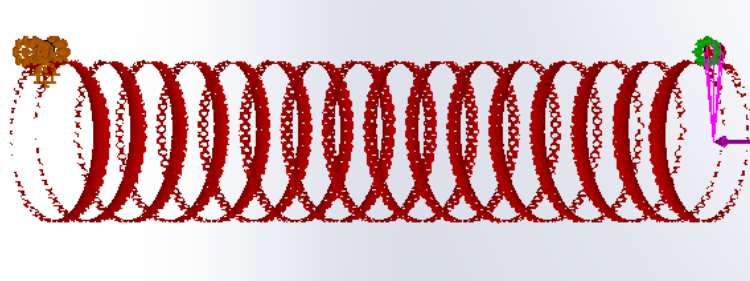


Figura 6.78. Iso Superficie de 2,5 sobre el trazado de factor de seguridad

Por lo tanto

$$\eta = 2,5$$

Si se hace lo mismo para una fuerza de 1208 N que es la máxima calculada analíticamente que puede soportar el resorte para que su factor de seguridad sea igual a 1,3.

### Cálculo de la frecuencia natural

Los resultados se ilustran en la siguiente figura.

Modos de lista			
Nombre de estudio: Estudio 3			
Nº de modo	Frecuencia(Rad/seg)	Frecuencia(Hertz)	Período(Segundos)
1	223.67	35.598	0.028092
2	223.83	35.624	0.028071
3	308.88	49.159	0.020342
4	346.04	55.074	0.018158
5	530.86	84.489	0.011836

Figura 6.79. Listado de frecuencias naturales

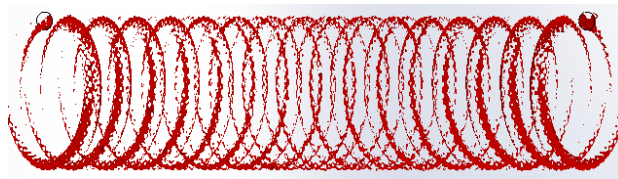
### ***Cálculo a fatiga***

En este punto se va a ejecutar un nuevo estudio de fatiga, para así comprobar el resorte a fatiga bajo las cargas definidas en el enunciado propuesto. La vida infinita se dará para 10 millones de ciclos. Se utiliza la tensión de Von Mises para evaluar las tensiones alternas.

Se definen las curvas S-N con los datos analíticos y se genera un suceso de carga con una aplicación de  $10^7$  ciclos y con la carga en base en 0. Una vez definidas las propiedades del estudio, las características del material y agregados los sucesos de carga se ejecuta el estudio y se visualizan los trazados.

#### **1. Goodman**

Si se aplica una Iso-Superficie sobre el modelo para comprobar el factor de seguridad mínimo, vuelven a aparecer resultados inesperados en cuanto al valor del factor de seguridad mínimo y su distribución. Del mismo modo que en el ejemplo del resorte con extremos simples rectificados, los resultados no son válidos.

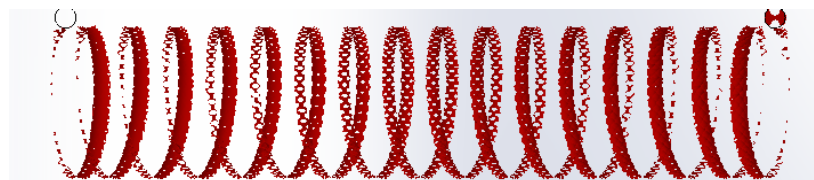


*Figura 6.80. Desarrollo del factor de seguridad bajo el criterio de Goodman*

Aun así, el factor de seguridad para fatiga con la corrección de Goodman, según esta Iso Superficie es:

$$\eta(\text{Goodman}) = 3,5$$

#### **2. Gerber**



*Figura 6.81. Desarrollo del factor de seguridad bajo el criterio de Gerber*

$$\eta(\text{Gerber}) = 3,6$$

### Resumen de los resultados

A continuación se recogen los resultados obtenidos con Solid Works Simulation.

Fuerza F	600 N
Deflexión $\delta$	64,14 mm
Razón de resorte k	9,35 N/mm
Fuerza para longitud sólida $F_s$	1188N
Tensión Von Mises máxima $\sigma_{VM,max}$	505 MPa
Esfuerzo cortante máximo $\tau_{max}$	291 MPa
Factor de seguridad mínimo $\eta_s$	2,5
Frecuencia natural f	55,074 Hz

Tabla 6.37. Resumen resultados Solid Works

Para el caso de fatiga

Fuerza $F_{max}-F_{min}$	600 N – 0 N
Factor de seguridad (Goodman)	3,5
Factor de seguridad (Gerber)	3,65

Tabla 6.38. Resumen resultados fatiga SolidWorks

### 6.3.3 Comparativa entre métodos clásicos y simulación con SolidWorks

En el caso de la deflexión existe una diferencia de 0,54 mm entre ambos resultados, realmente un valor casi despreciable. Por lo tanto, la razón de resorte es muy similar, siendo 10,47 N/mm la calculada analíticamente y 10,41 N/mm mediante el software. La fuerza necesaria para cerrar completamente el resorte es de 1612,38 N para el método analítico y 1604 N para el método computacional.

	MÉTODOS CLÁSICOS	SOLID WORKS SIMULATION
Deflexión $\delta$	64,62 mm	64,14 mm
Razón de resorte k	9,28 N/mm	9,35 N/mm
Fuerza para long. Sólida $F_s$	1179 N	1188 N

Tabla 6.39. Comparativa de resultados entre métodos clásicos y SolidWorks Simulation

En la tabla 6.40 se comparan los resultados de tensiones entre ambos métodos, aplicando el *factor de Wahl*  $k_w$  para el cálculo analítico. Los resultados son muy similares en ambos casos.

TENSIÓN	ANALÍTICO	SOLID WORKS
<b>Von Mises <math>\sigma_{VM,max}</math></b>	503,97	505
<b>Cortante <math>\tau_{max}</math></b>	290,97	291
<b>Factor de seguridad</b>	2,48	2,5

Tabla 6.40. Esfuerzos máximos obtenidos con SolidWorks

Las frecuencias naturales son muy similares, siendo la calculada analíticamente de 54,47 Hz y la obtenida por simulación de 55,074 Hz (cuarta frecuencia natural).

Por último, se va a comparar los resultados para fatiga. En la tabla 6.41 se resumen los resultados obtenidos con cálculo teórico y simulación. Anteriormente ya se comentaron las diferencias entre los cálculos analíticos aplicando las ecuaciones y el método propuesto por el programa. Lo más reseñable es la diferencia entre los cálculos analíticos utilizando el método que sigue SolidWorks y lo obtenido mediante los trazados de factor de carga. Los resultados para Goodman no concuerdan. En cambio, para la teoría no lineal de Gerber, los resultados coinciden y la distribución es correcta.

	GOODMAN	GERBER
<b>Criterio</b>	2,4	3
<b>Método Solid Works</b>	3,11	3,65
<b>Simulación</b>	3,5	3,65

Tabla 6.41. Resumen de los resultados del factor de seguridad para fatiga



## 6.4 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON EXTREMOS CERRADOS Y RECTIFICADOS

Ahora se va a calcular el resorte helicoidal de compresión con extremos cerrados y rectificados de la figura 6.82.

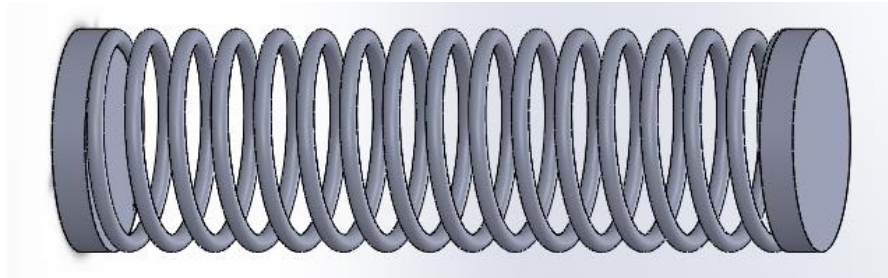


Figura 6.82. Resorte helicoidal de compresión con extremos cerrados

El resorte tiene las siguientes características geométricas:

Término	Extremos simples y rectificados
<b>Número de espiras de los extremos <math>N_e</math></b>	2
<b>Número total de espiras <math>N_t</math></b>	17
<b>Número de espiras activas <math>N_a</math></b>	15
<b>Paso <math>p</math></b>	13 mm
<b>Diámetro medio <math>D</math></b>	60 mm
<b>Diámetro del alambre <math>d</math></b>	5 mm
<b>Índice del resorte <math>C</math></b>	12
<b>Longitud libre <math>L_f</math></b>	$L_f = pN_a + 2d = 13 \cdot 15 + 2 \cdot 5 = 205$ mm
<b>Longitud sólida <math>L_s</math></b>	$L_s = dN_t = 5 \cdot 17 = 85$ mm

Tabla 6.42. Características geométricas del resorte

### Enunciado:

El material seleccionado para el resorte es un acero estirado duro ASTM-A227 al que se le ha realizado la operación de preesforzado.

Este resorte deberá soportar una carga de 200N. El factor de seguridad mínimo ha de ser de 2. Se debe comprobar que no produzca fallo por carga estática.

También se calculará: deflexión; razón de resorte; fuerza necesaria para lograr la longitud sólida; frecuencia natural; comprobación a pandeo.

Este resorte no soporta cargas cíclicas, por lo tanto no es necesario comprobar a fatiga. Además, el material no es válido para operar bajo este tipo de sollicitación.

### 6.4.1 Cálculo con métodos clásicos

Se aplican los métodos teóricos de cálculo para la comprobación del resorte.

#### Características del material

En la siguiente tabla se muestran las características del material, extraídas de las tablas y las ecuaciones pertinentes, tal como se realizó en los anteriores ejemplos.

Resistencia	Valor
$S_{ut}$	1284,80 MPa
$S_{sy}$	835,12 MPa
$S_{se}$	-
$S_{su}$	860,81 MPa
$E$	196,5 GPa
$G$	78,6 GPa

Tabla 6.43. Resistencias y características del material

#### Esfuerzos sobre el resorte

Factores correctores:

Factor	Valor
$k_d$	1,041
$k_s$	1,051
$k_w$	1,12
$k_B$	1,11

Tabla 6.44. Valor de los factores correctores

Y los esfuerzos cortantes máximos con la corrección:

$T_{\text{máx}} \text{ (Mpa)}$			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
254,65	256,99	276,66	271,62

Tabla 6.45. Esfuerzo cortante máximo para distintos factores correctores aplicados

Esfuerzo de Von Mises máximo:

$\sigma_{vm}$ (Mpa)			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
441,06	445,12	473,99	470,47

Tabla 6.46. Esfuerzo de Von Mises máximo para distintos factores correctores aplicados

Los resultados de factor de seguridad para los distintos factores correctores son:

$\eta$			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
3,28	3,25	3,05	3,07

Tabla 6.47. Factor de seguridad frente carga estática para distintos valores de factor corrector

El resorte es seguro para la carga de operación

### **Deflexión**

La deflexión producida por la fuerza de 1000 N es:

$$\delta = \frac{8FD^3N_a}{d^4G} = \frac{8 \cdot 200 \cdot 600^3 \cdot 15}{5^4 \cdot 78600} = 107,44 \text{ mm}$$

### **Razón de resorte.**

Para calcular la razón de resorte o constante elástica se utilizará esta expresión:

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{200}{107,44} = 1,86 \text{ N/mm}$$

**Fuerza necesaria para comprimir el resorte hasta su longitud sólida.**

Para calcular esta fuerza, primero deberemos obtener la deflexión necesaria para comprimir totalmente el resorte.

$$\delta_s = l_f - l_s = 205 - 85 = 120 \text{ mm}$$

La fuerza necesaria será:

$$F = \delta_s k = 120 \cdot 1,86 = 223,4 \text{ N}$$

Esta fuerza produce los siguientes esfuerzos:

$T_{\text{máx}}$ (Mpa)			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
284,44	287,06	305,68	303,40
$\sigma_{vm}$ (Mpa)			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
492,67	497,20	529,45	525,51
$\eta$			
$k_d$	$k_s$	$k_w$	$k_B$
2,94	2,91	2,73	2,75

Tabla 6.48. Tensiones y factor de seguridad frente a carga estática para longitud sólida

El factor de seguridad sigue siendo mayor que la unidad.

**Frecuencia natural**

La frecuencia natural de un resorte se puede calcular mediante la ecuación 3.34:

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{kg}{W}}$$

El peso de la parte activa es (ecuación 3.36):

$$W = \frac{\pi^2 d^2 D N_a \gamma}{4} = 4,27 \text{ N}$$

El *peso específico*  $\gamma$  del acero es 76.930 N/m<sup>3</sup>

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1,86 \cdot 9,81 \cdot 1000}{4,27}} = 32,69 \text{ Hz}$$

### **Comprobación a pandeo**

Se comprueba que la longitud libre cumple la condición de estabilidad propuesta (ecuación 3.31).

$$L_f < \frac{\pi D}{\alpha} \left[ \frac{2(E - G)}{2G + E} \right]^{1/2}$$

Los extremos del resorte están apoyados sobre dos superficies planas paralelas, así que según la tabla 3.3 el valor de  $\alpha$  es de 0,5.

$$L_f < \frac{\pi \cdot 60}{0,5} \left[ \frac{2(196,5 - 78,6)}{2 \cdot 78,6 + 196,5} \right]^{1/2}$$

$$L_f < 307,8 \text{ mm}$$

La longitud libre del resorte es de 205 mm. Verifica la condición, por lo tanto, no presenta problemas de pandeo.

## 6.4.2 Cálculo con SolidWorks Simulation

### Características del material

Las características del material se resumen en la figura 6.83.

Propiedades Tablas y curvas Apariencia Rayado Personalizado Datos de aplicación

Propiedades de material

No se pueden editar los materiales en la biblioteca predeterminada. Para editar un material, cópielo primero a una biblioteca personalizada.

Tipo de modelo: Isotrópico elástico lineal

Unidades: SI - N/mm<sup>2</sup> (MPa)

Categoría: Resorte helicoidal

Nombre: ASTM A227

Criterio de fallos predeterminado: Tensión cortadura máx. (Tresca)

Descripción:

Origen:

Sostenibilidad: No definido Seleccionar...

Propiedad	Valor	Unidades
Módulo de elasticidad en X	196500	N/mm <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson en XY	0.28	N/D
Módulo cortante en XY	78600	N/mm <sup>2</sup>
Densidad de masa	7700	kg/m <sup>3</sup>
Límite de tracción en X	1284.8	N/mm <sup>2</sup>
Límite de compresión en X		N/mm <sup>2</sup>
Límite elástico	835.12	N/mm <sup>2</sup>
Coefficiente de expansión térmica en X	1.3e-005	/K
Conductividad térmica en X	50	W/(m-K)
Calor específico	460	J/(kg-K)

Figura 6.83. Propiedades del material definidas

### Cargas y Sujeciones

Se aplica una carga remota sobre el extremo superior y una sujeción sobre el extremo inferior del alambre, tal como se hizo en el ejemplo del resorte con extremos simples.

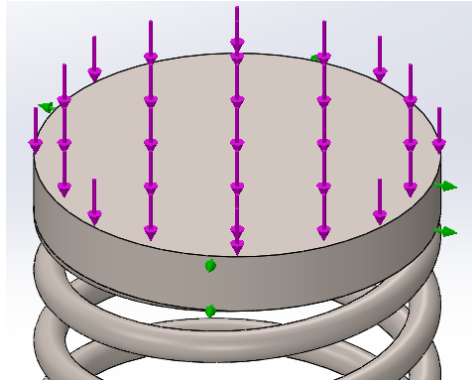


Figura 6.84. Fuerza aplicada de 200 N

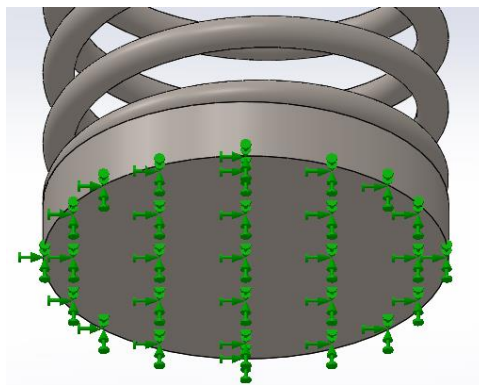


Figura 6.85. Sujeción

### **Mallado**

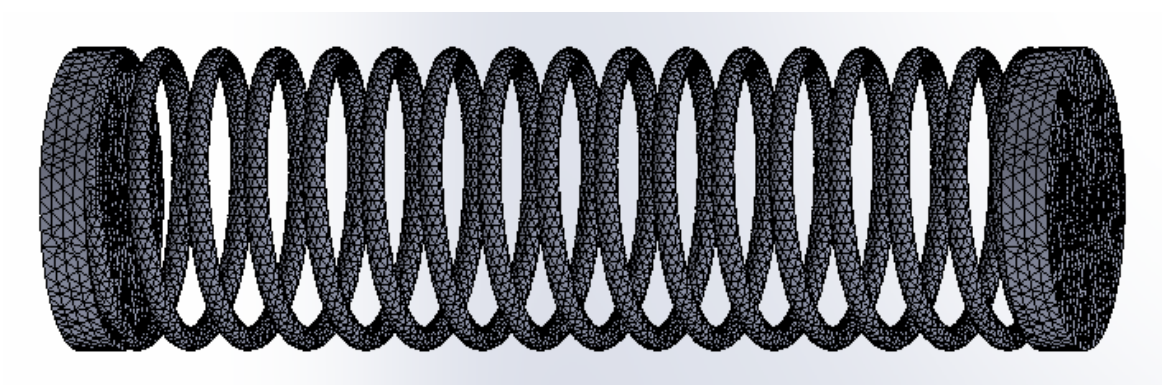


Figura 6.86. Resorte mallado

### Trazados de desplazamientos

En la figura 6.87 se ilustra la deformación del resorte bajo la carga de trabajo de 200 N. El resorte trabaja con unos valores de compresión elevados, casi llegando a su longitud sólida en operación.

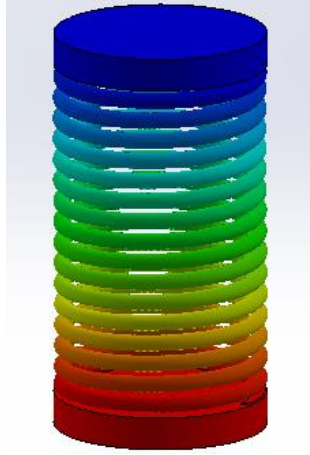


Figura 6.87. Resorte comprimido bajo una carga de 200 N

La deflexión máxima según este trazado es de 109,47 mm

La razón de resorte es:

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{200}{109,47} = 1,83 \frac{N}{mm}$$

La deflexión necesaria para lograr la longitud sólida del resorte es de 120 mm por lo que la fuerza a aplicar para lograr comprimir el resorte hasta dicha longitud es:

$$F = k\delta = 1,83 \cdot 120 = 219,2 \text{ N}$$

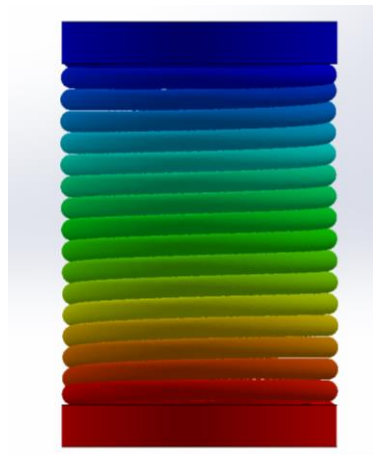


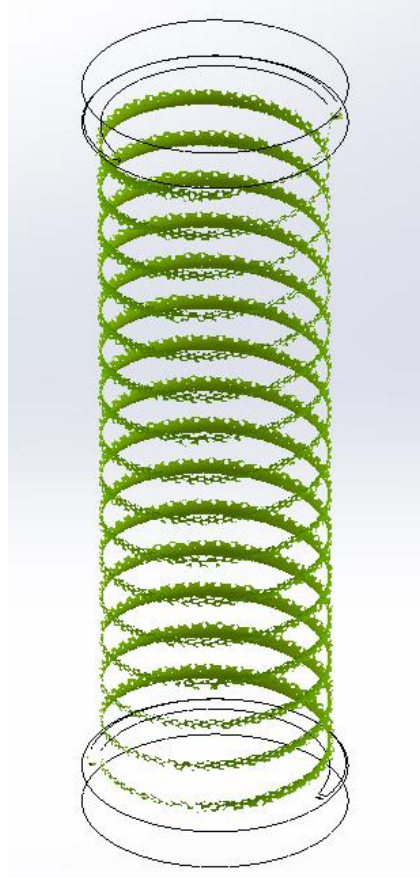
Figura 6.88. Resorte comprimido hasta su longitud sólida bajo una carga de 219,2 N



### ***Trazados de tensiones***

#### **1. Tensión de Von Mises**

Para comprobar el valor máximo de la tensión de Von Mises en el resorte se utilizará la herramienta *Iso Superficie*.



*Figura 6.89. Iso Superficie de 471 MPa sobre el trazado de tensiones de Von Mises*

En la anterior figura se ilustra la Iso Superficie realizada sobre el modelo. Para un valor de 471 se obtiene una tensión desarrollada sobre el interior de la espira. El valor máximo es aproximadamente de 473 MPa.

$$\sigma_{VM,max} = 473 \text{ MPa}$$

## 2. Tensión cortante en dirección Y en plano X ( $\tau_{yz}$ )

De igual manera que se hizo en el anterior ejemplo, se va a representar la distribución del cortante sobre el alambre (figura 6.85). El valor del cortante máximo es 273 MPa.

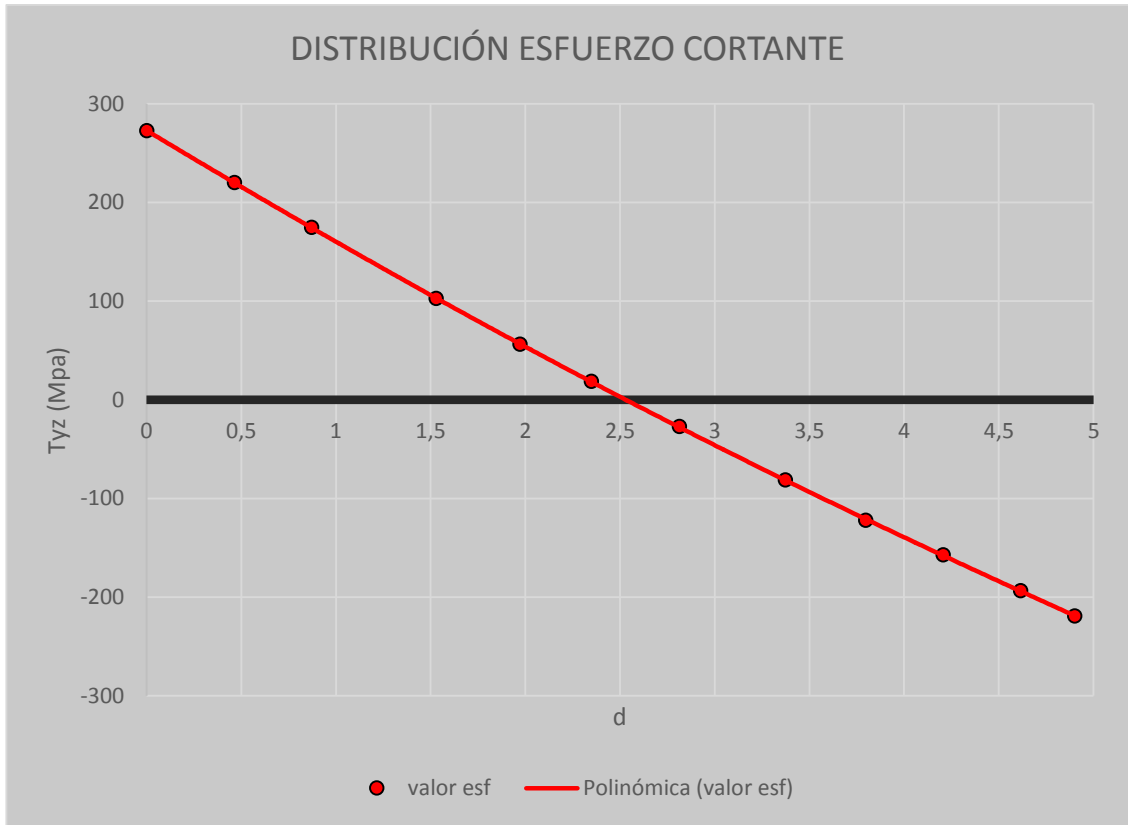


Figura 6.90. Distribución del esfuerzo cortante sobre el alambre

En la tabla 6.49 se realiza el resumen de los resultados de tensiones obtenidos.

TENSIÓN	VALOR (MPa)
Von Mises $\sigma_{VM,max}$	473
Cortante $\tau_{max}$	273

Tabla 6.49. Esfuerzos máximos obtenidos con SolidWorks

### Trazado de factor de seguridad

A continuación se comprueba el factor de seguridad mínimo aplicando una IsoSuperficie.

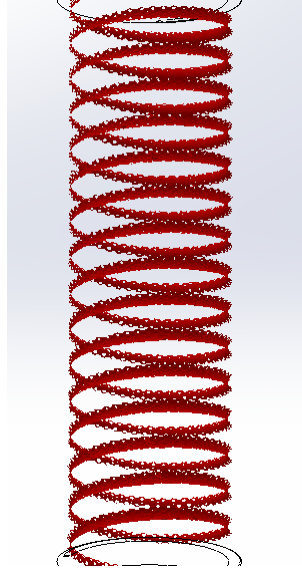


Figura 6.91. Iso Superficie de 3,1 sobre el trazado de factor de seguridad

Por lo tanto

$$\eta = 3,1$$

#### 6.4.2.7 Cálculo de la frecuencia natural

Los resultados se ilustran en la siguiente figura.

Modos de lista

Nombre de estudio: Estudio 2

Nº de modo	Frecuencia(Rad/seg)	Frecuencia(Hertz)	Período(Segundos)
1	176.72	28.126	0.035554
2	177.56	28.259	0.035387
3	197.87	31.492	0.031755
4	225.11	35.827	0.027912
5	390.12	62.09	0.016106

Cerrar Guardar Ayuda

Figura 6.92. Listado de frecuencias naturales

### Resumen de los resultados

A continuación se recogen los resultados obtenidos con Solid Works Simulation.

<b>Fuerza F</b>	<b>200 N</b>
<b>Deflexión <math>\delta</math></b>	109,47 mm
<b>Razón de resorte k</b>	1,83 N/mm
<b>Fuerza para longitud sólida <math>F_s</math></b>	219,2 N
<b>Tensión Von Mises máxima <math>\sigma_{VM,max}</math></b>	473 MPa
<b>Esfuerzo cortante máximo <math>\tau_{max}</math></b>	273 MPa
<b>Factor de seguridad mínimo <math>\eta_s</math></b>	3,1
<b>Frecuencia natural f</b>	31,492 Hz

Tabla 6.50. Resumen resultados Solid Works

### 6.4.3 Comparativa entre métodos clásicos y simulación con SolidWorks

Tanto la deflexión como la razón de resorte son muy similares. La fuerza necesaria para cerrar completamente el resorte es de 223,38 N para el método analítico y 219,2 N para el método computacional.

	MÉTODOS CLÁSICOS	SOLID WORKS
<b>Deflexión <math>\delta</math></b>	107,4 mm	109,47 mm
<b>Razón de resorte k</b>	1,86 N/mm	1,83 N/mm
<b><math>F_s</math></b>	223,38 N	219,2 N

Tabla 6.51. Comparativa de resultados entre métodos clásicos y SolidWorks Simulation

En la siguiente tabla se comparan los resultados de tensiones entre ambos métodos, aplicando el *factor de Wahl*  $k_w$  para el cálculo analítico. Los resultados son muy similares en ambos casos.

TENSIÓN	ANALÍTICO	SOLID WORKS
<b>Von Mises <math>\sigma_{VM,max}</math></b>	473,99	473
<b>Cortante <math>\tau_{max}</math></b>	273,66	273
<b>Factor de seguridad</b>	3,05	3,1

Tabla 6.52. Esfuerzos máximos obtenidos con SolidWorks

Las frecuencias naturales son muy similares, siendo la calculada analíticamente de 32,7 Hz y la obtenida por simulación de 31,492 Hz.

## 6.5 RESORTES HELICOIDALES DE EXTENSIÓN Y TORSIÓN

Como se mencionó en el proyecto, en un principio también se querían estudiar los otros dos principales tipos de resortes helicoidales, los resortes de extensión y de torsión. En el capítulo 5 se comenta muy por encima el modelizado de ambos tipos.

En el caso de los resortes de extensión no se ha logrado construir un modelo correcto, por lo que al final se descartó su estudio. A parte del inconveniente de la creación del resorte, existe otro motivo fundamental por el cual se ha excluido este tipo de resorte: el pretensado. Como se comentó en el capítulo 2, los resortes helicoidales de extensión tienen un pretensado en el cuerpo, una fuerza que mantiene las espiras unidas, de modo que hasta que no se aplica una carga suficiente de tracción sobre el resorte, este no comienza a deformarse. No se ha logrado encontrar el modo de aplicar esa precarga en el cuerpo del resorte. Por ello no ha sido posible simular adecuadamente este tipo de resorte.

En la figura 6.93 se muestra un resorte de extensión traccionado. Los esfuerzos son máximos sobre el interior del alambre, del mismo modo que en los resortes de compresión (los esfuerzos sobre el cuerpo se calculan de igual modo). En la figura 6.94 aparece en detalle la tensión originada sobre el gancho. En resortes de este tipo, además de comprobar que el esfuerzo cortante en la espira no sea mayor que el admisible, también hay que evaluar los esfuerzos de flexión y torsión en el gancho.

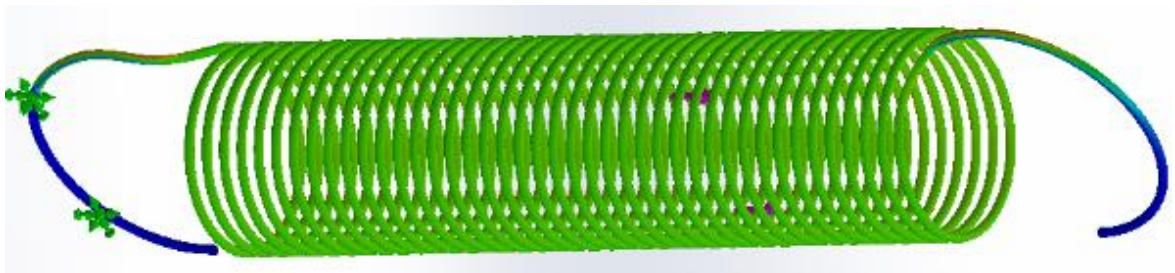


Figura 6.93. Resorte helicoidal de extensión traccionado

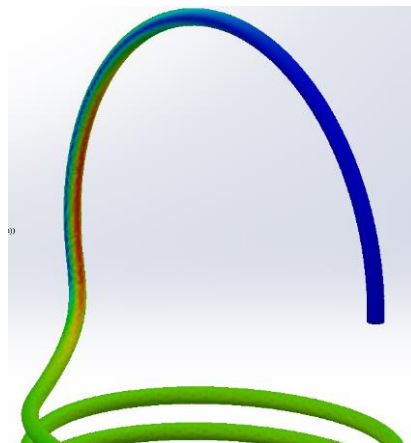


Figura 6.94. Detalle del esfuerzo máximo sobre el gancho

En la simulación de resortes helicoidales de torsión la deformación producida no es válida, ya que se deforma todo el modelo sobre el extremo fijo. En las figuras 6.88 y 6.89 se puede comparar el modelo deformado bajo carga con el modelo sin deformar. El esfuerzo máximo a evaluar en este tipo de resorte es un esfuerzo flexionante que se encuentra en la fibra interna de la espira. Se puede observar en el trazado de tensiones de Von Mises de las figuras 6.88 y 6.99 como el valor del esfuerzo máximo se encuentra en el interior de la espira.

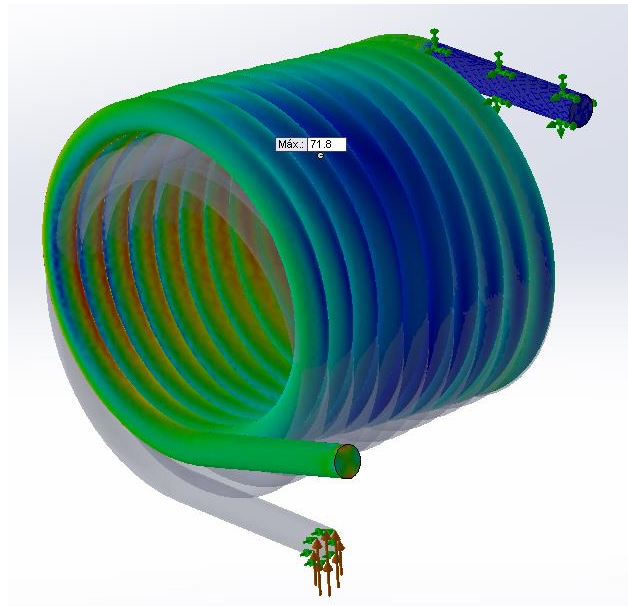


Figura 6.95. Resorte helicoidal de torsión simulado bajo carga

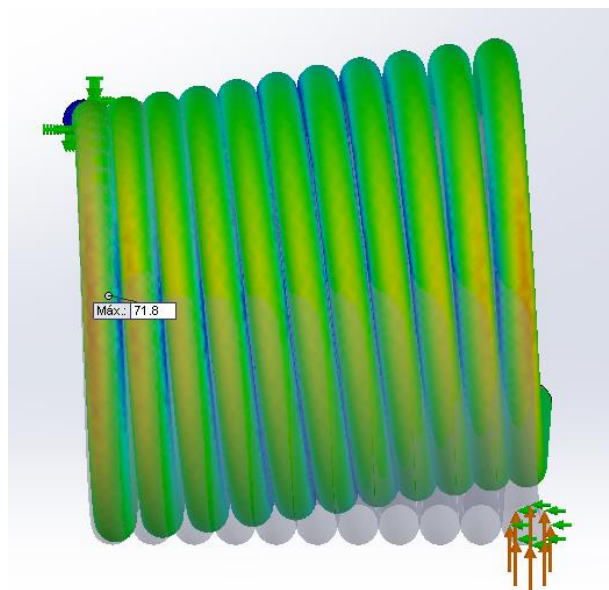


Figura 6.96. Resorte helicoidal de torsión simulado bajo carga

## **CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES**

Tras la elaboración de este proyecto se pueden extraer algunas conclusiones de lo estudiado. Se ha seguido una metodología de diseño para resortes helicoidales de compresión basada en la previa construcción de un modelo y el posterior análisis, tanto a nivel teórico como a nivel de simulación computacional. Tras estos cálculos se han realizado la comparativa de los resultados obtenidos. También se han realizado pruebas con resultados negativos de modelizado y simulación de resortes helicoidales de extensión y torsión. En el caso de los resortes de extensión, no se logró modelar correctamente los ganchos, además de no haberse hallado la forma de aplicar el pretensado en el cuerpo. Los resortes de torsión sí se lograron construir correctamente, pero en la simulación el comportamiento no es el esperado. Es por ello que finalmente se estudiaron solo los resortes helicoidales de compresión.

La principal dificultad encontrada en el transcurso de este proyecto ha sido desarrollar el proceso de modelizado y simulación de los resortes. La información acerca del cálculo computacional de este tipo de elementos es escasa, por lo que se ha tenido que desarrollar el proyecto sin conocimientos previos de estudios de resortes con este tipo de aplicación. La bibliografía existente sobre *SolidWorks Simulation* no es muy extensa, sobre todo en lo referente a fatiga, ya que los libros consultados apenas ofrecen unas pinceladas de esta materia. Se ha tenido que estudiar los procesos de cálculos seguidos por el programa utilizando la ayuda y los tutoriales que ofrece el software para poder comprender en mayor grado las operaciones realizadas en la simulación, así como los posibles errores que han ido apareciendo.

Al tratarse de un programa informático, el rendimiento del mismo depende directamente del hardware del ordenador. *SolidWorks* consume muchos recursos, siendo necesario para determinadas operaciones o simulaciones un ordenador con elevadas prestaciones, quedándose a veces limitado un equipo doméstico. Muchas operaciones de mallado, modelado y ejecución se pueden alargar demasiado, además de en numerosas ocasiones no llegar a finalizar presentando errores y fallos.

Los resultados para el caso de carga estática (esfuerzos, deflexión y factor de seguridad) obtenidos bajo simulación con *SolidWorks* coinciden prácticamente con los calculados mediante las expresiones analíticas expuestas en el capítulo 3. Además de ello, según los resultados de tensiones, el programa tiene en cuenta la concentración de esfuerzos debida a la curvatura del alambre para el cálculo de las tensiones, ya que los valores se aproximan a los calculados analíticamente utilizando los factores correctores de *Wahl* o *Bergsträsser*, mientras que algunos autores sostienen que no es necesario tener esto en cuenta.

No se ha podido obtener claras conclusiones para los resultados a fatiga, ya que existen diferencias significativas entre ambos métodos. Analíticamente se aplicaron los criterios de fallo por fatiga expuestos en el capítulo 3, mientras que SolidWorks utiliza un modelo propio de trabajo que difiere del teórico. La información disponible acerca del fenómeno de la fatiga es tan abundante y variada que realmente no se ha logrado llegar a un consenso certero y exacto, encontrando numerosas formas de cálculo y predicción de este suceso dependiendo del autor o publicación.

El factor de seguridad siempre es mayor en la simulación que en los cálculos analíticos. Utilizando el criterio de Goodman, el factor de seguridad calculado con la simulación es entorno a un 25-35% superior al calculado analíticamente, mientras que para Gerber es aproximadamente un 20-25% mayor. Cuando el resorte se monta con cierta compresión inicial, la fuerza producida por dicha deflexión se considera el valor de fuerza mínima a la que se somete el resorte, aunque también se puede considerar como una precarga, con lo que se modifican las expresiones. Cuando se utilizan las ecuaciones con precarga el factor de seguridad se ve incrementado alrededor de un 5-10% respecto al resultado de aplicar las ecuaciones sin precarga.

Además, el programa presenta ciertas limitaciones, tales como que no se puedan definir precargas en el modelo o que la tensión media siempre sea evaluada con un esfuerzo de Von Mises. Se observa que para las teorías lineales de *Goodman* y *Soderberg* los resultados son incoherentes, dando unas distribuciones de factor de seguridad carentes de lógica, mientras que con *Gerber* no sucede. No se ha logrado encontrar explicación a este suceso.

Es de elevada utilidad el uso de *SolidWorks* u otros programas similares para el análisis y diseño mecánico, pero para el caso del cálculo de resortes helicoidales es posible que sea más recomendable, rápido y eficiente la utilización de los métodos teóricos. La inversión de tiempo para llevar a cabo una simulación completa de un resorte es mucho más elevada que para el cálculo manual. Además, este aún se puede simplificar más programando una hoja de cálculo.



## **CAPÍTULO 8. BIBLIOGRAFÍA**

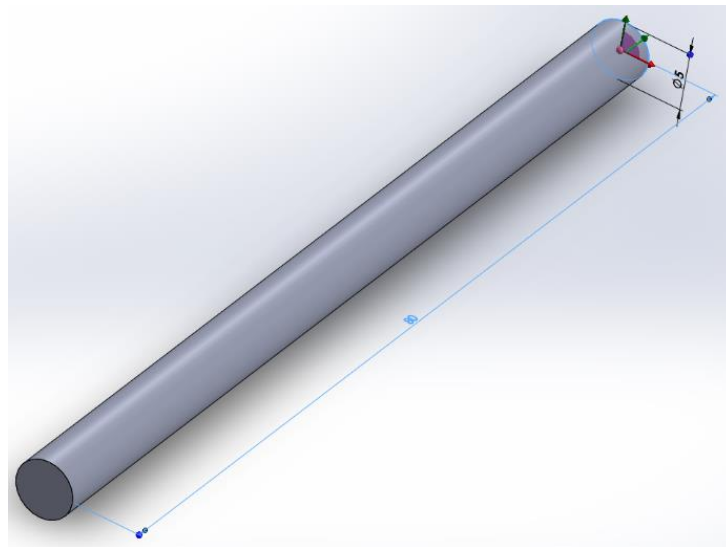
A continuación se cita la bibliografía consultada para la elaboración de este proyecto:

- Avilés, Rafael. *Análisis de Fatiga en Máquinas*. Thomson, 2005.
- Ayuda y tutoriales del programa *SolidWorks 2013*. Dassault Systemes.
- Budynas, Richard G.; Nisbett, J. Keith. *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. 8ª edición. McGraw Hill, 2008.
- Decker, K. H. *Elementos de máquinas*. 7ª edición. Ediciones Urmo, 1980.
- Edwards, Kenneth S.; McKee, Robert B. *Fundamentals of mechanical component design*. McGraw Hill.
- Faires, Virgil M. *Diseño de elementos de máquinas*. Montaner y Simón.
- Forrest, P. G. *Fatiga de los metales*. Ediciones Urmo. 1962.
- Gómez González, Sergio. *SolidWorks Simulation*. Editorial RA-MA, 2010.
- Hamrock, Bernard J.; Jacobson, Bo O., Schmid, Steven R. *Elementos de máquinas*. McGraw Hill, 2000.
- Juvinall, Robert C. *Fundamentos de Diseño para Ingeniería Mecánica*. Limusa, 1999.
- Kurowski, Paul M. *Engineering Analysis with SolidWorks Simulation 2012*. SDC publications.
- Mott, Robert L. *Diseño de elementos de máquinas*. 2ª edición. Prentice Hall, 1995.
- Shigley, Joseph E.; Mischke, Charles R. *Standard Handbook of Machine Design*. 2ª edición. McGraw Hill, 1996.
- Steffen, John R. *Analysis of Machine Elements Using SolidWorks Simulation 2010*. SDC publications.

## **ANEXO 1. EJEMPLO DE ANÁLISIS CON SOLIDWORKS SIMULATION**

El objeto de este anexo es plantear un caso sencillo y simple de cálculo para poder comprender y entender mejor el funcionamiento de SolidWorks Simulation. No se trata de una guía completa del programa, sino de un resumen general del proceso a seguir en el diseño y cálculo con este software. Tras esto, se hará una comparativa con el procedimiento analítico de cálculo.

En este ejemplo se simulará una barra de 80 mm de longitud y sección circular de 5 mm de diámetro (figura 1.1) sometida a un momento torsor de 2 N·m. La carga fluctúa desde ese valor hasta cero, considerando vida infinita como un millón de ciclos.



*Figura A1.1. Barra de sección circular*

La simulación se basará en tres estudios: estudio estático lineal, estudio de frecuencia y estudio de fatiga.

- En el estudio estático se calcularán tensiones, desplazamientos y se evaluará el factor de seguridad del elemento.
- En el estudio de frecuencia se calcularán las frecuencias naturales del modelo.
- En el estudio de fatiga se evaluará el modelo bajo cargas de fatiga.

## **A1.1 CREACIÓN DE ESTUDIO ESTÁTICO LINEAL**

En primer lugar, se creará un estudio estático lineal (figura A1.2).

Una vez creado y nombrado el estudio, se procederá a definirlo y configurarlo. Los pasos a seguir se pueden ordenar en 6:

1. Propiedades del estudio
2. Selección y definición del material
3. Definición de restricciones y cargas
4. Mallado
5. Ejecución
6. Análisis de resultados

Dentro del análisis de resultados se crearán los trazados necesarios para poder evaluar los resultados deseados. Se verán diversos trazados de tensiones (Von Mises, tensiones principales, cortante, etc.), desplazamientos o factor de seguridad.

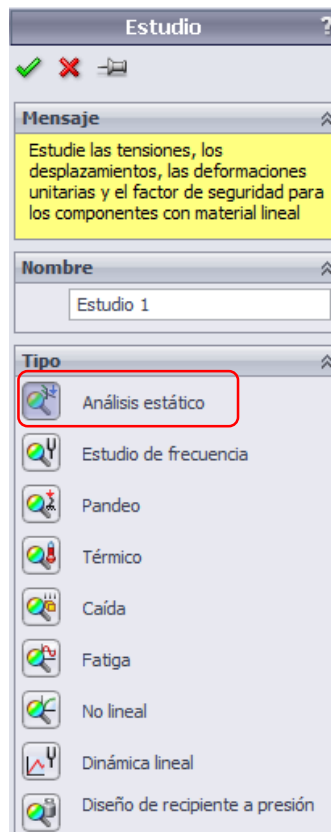


Figura A1.2. Ventana de selección de estudio

### A1.1.1 Propiedades del estudio

Seleccionando la opción *Propiedades* (figura A1.3) se configuran algunas características del estudio estático. Se abre entonces la ventana de Propiedades (figura A1.4).

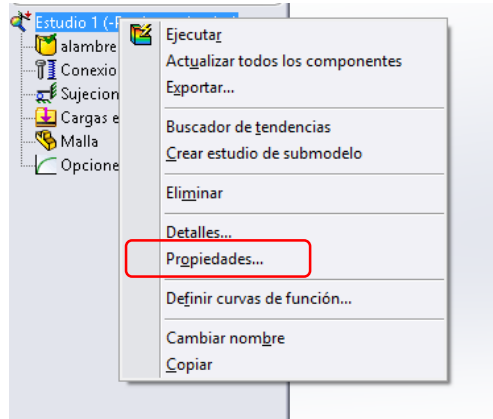


Figura A1.3. Selección de opciones Propiedades

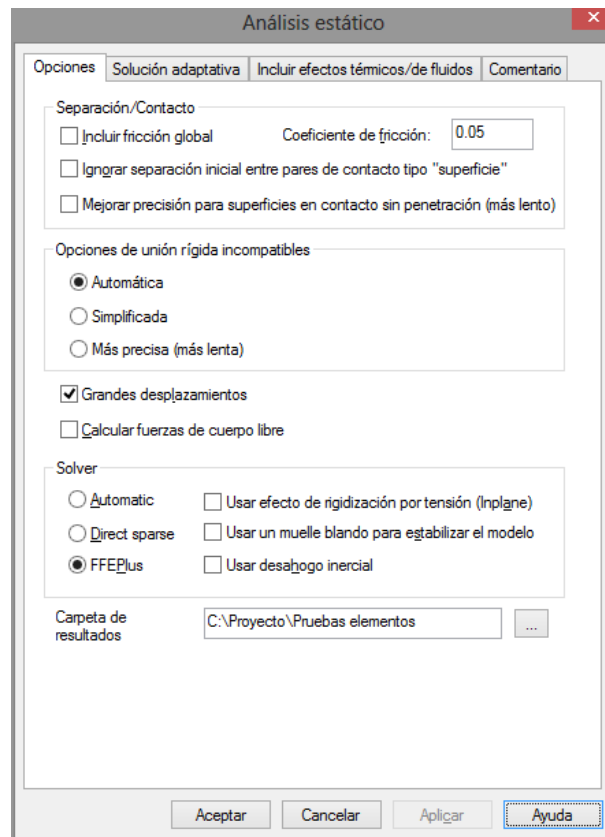


Figura A1.4. Ventana Propiedades del estudio estático

En la pestaña *Opciones* se encuentran diversas posibilidades de configuración, así como la capacidad de activar o desactivar características del estudio.

La *teoría lineal* supone que existen desplazamientos pequeños. También supone que los planos normales para áreas de contacto no cambian de dirección durante la carga. Por lo tanto, aplica la carga total en un solo paso. Esta opción puede generar resultados inexactos en casos donde estas suposiciones no son válidas, aunque es mucho más rápida que la opción *Grandes desplazamientos*, donde la carga se aplica paso a paso, calculando los desplazamientos y actualizando la rigidez para cada paso de solución. Ésta implica más tiempo y recursos que la solución de desplazamientos pequeños pero proporciona resultados más exactos. La solución para *grandes desplazamientos* es necesaria cuando la deformación obtenida altera significativamente la rigidez.

Cuando la opción *Grandes desplazamientos* está activada en el cuadro de diálogo, el estudio estático se soluciona mediante la segmentación de la carga y la actualización de la geometría. Esto reporta unos resultados más precisos, pero en algunas ocasiones puede conllevar una gran inversión de tiempo en el cálculo. Al tratarse de un caso sencillo, se activará esta opción.

Por defecto viene marcado el solucionador *Solver FFEPlus*. Este solver utiliza técnicas avanzadas de reordenamiento de matriz que lo hace más eficaz para la resolución de problemas de envergadura. La opción *Usar muelle blando para estabilizar el modelo* permite aplicar cargas sobre el mismo sin necesidad de definir sujeciones, aunque en algunos casos puede no ser una buena solución.

El resto de pestañas, como la selección del método adaptativo referente al ordenamiento y mallado de los elementos, o los efectos térmicos/ de fluidos no se van a utilizar en este proyecto, de ahí que no se estudien.

### **A.1.1.2 Selección y definición del material**

Para este ejemplo se va a elegir un material propio de la base de datos del programa, pero existe la posibilidad de definir el material, definiendo las propiedades y características del mismo, bien modificando algún material de la biblioteca o creándolo desde cero. Primero hay que elegir la opción *Aplicar/Editar material* (figura A.1.5).

Se ha escogido un acero aleado estándar, con una tensión a la rotura  $S_{ut}$  de 723,83 MPa, un límite elástico de 620,42 MPa, un *módulo elástico a cortadura*  $G$  de 79 GPa y un *módulo elástico*  $E$  de 210 GPa. Arriba hay una serie de pestañas donde se pueden definir tablas, la apariencia física del material, etc. Todas estas características se pueden ver en la figura A1.6.

## Anexo 1. Ejemplo de análisis con SolidWorks Simulation

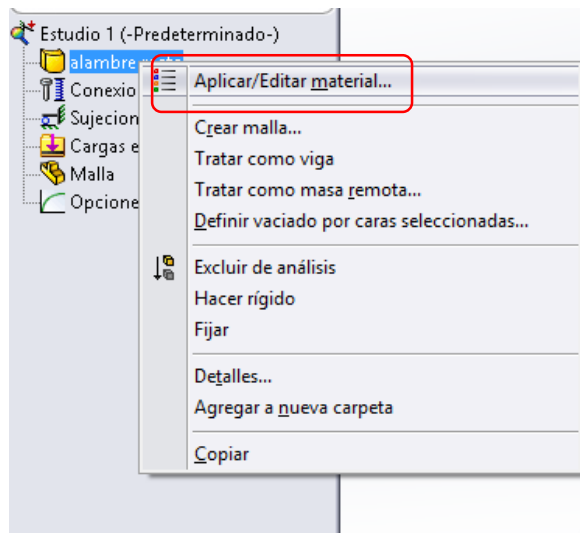


Figura A1.5. Selección de Aplicar/Editar material

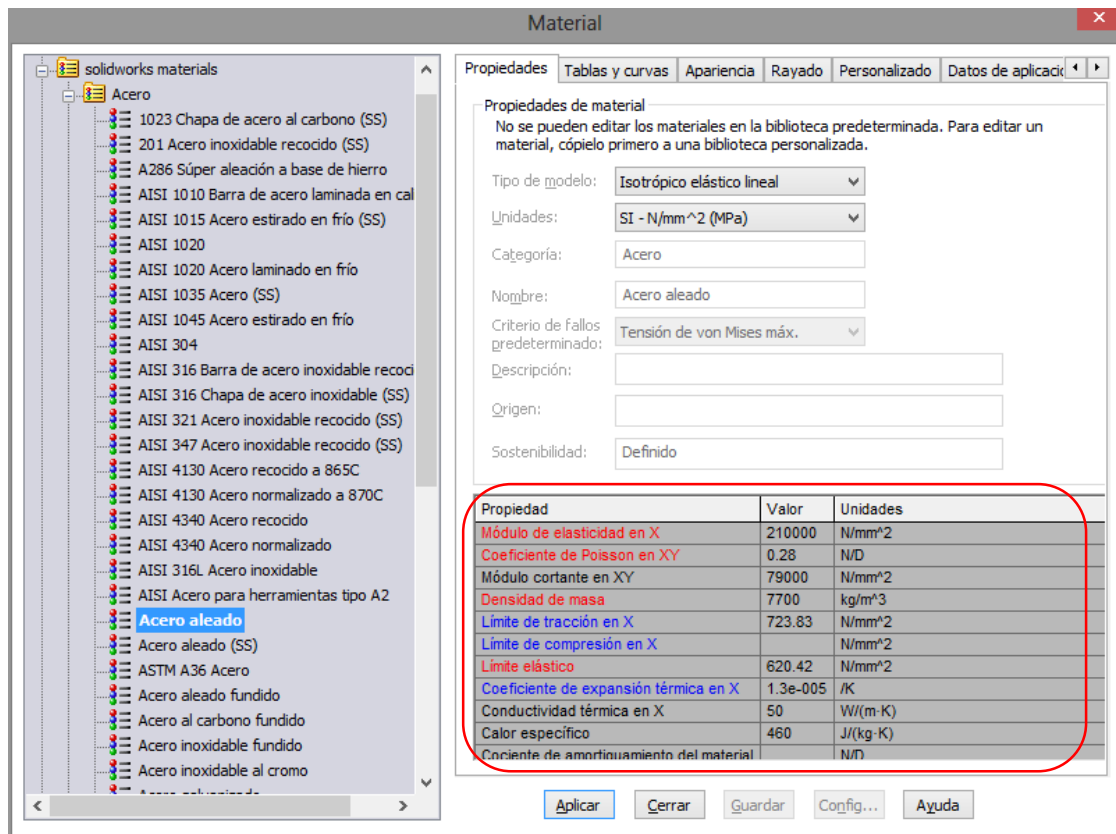


Figura A1.6. Ventana de propiedades del material seleccionado

### A.1.1.3 Definición de restricciones y cargas

Existen diversas posibilidades a la hora de seleccionar y definir sujeciones y restricciones en el modelo dependiendo de las necesidades. En este caso se elige una geometría fija, ya que la barra está empotrada por uno de sus extremos.

Pulsando el botón derecho sobre *Sujeciones* y seleccionando la opción *Geometría fija* (figura A1.7) se abre el *Property Manager* de la misma (figura A1.8).

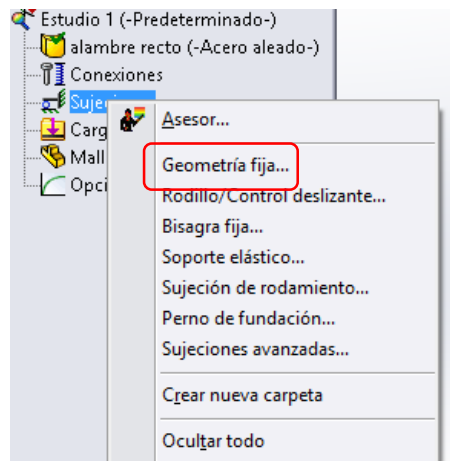


Figura A1.7. Selección de Geometría fija

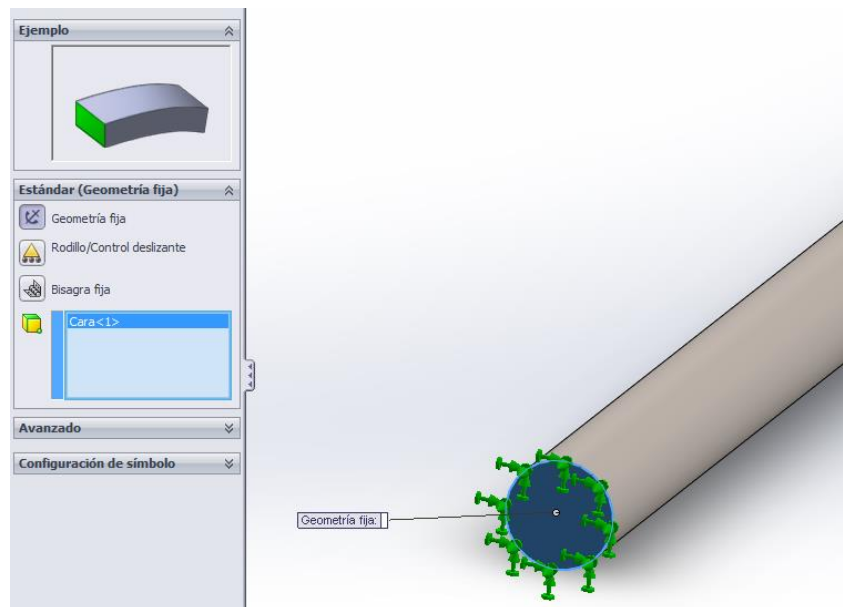
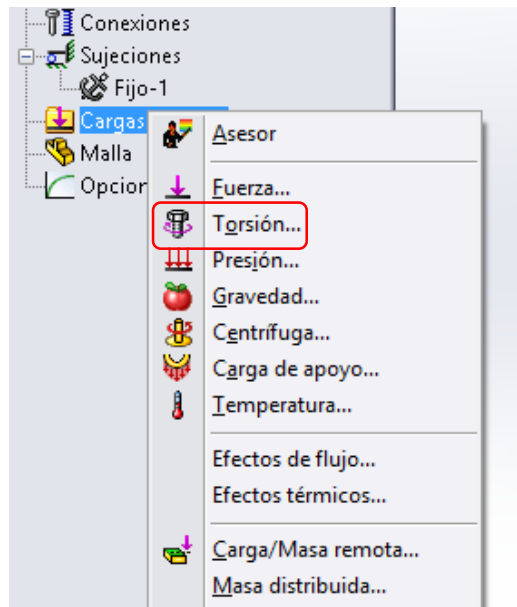


Figura A1.8. Property Manager de Geometría fija

Se selecciona una cara o arista donde aplicar la sujeción. En *Avanzado* están las opciones interesantes para casos más específicos o concretos donde la geometría fija básica no consigue dar una solución correcta. Por ejemplo, se puede limitar traslaciones en una de las tres direcciones, definir simetrías o utilizar geometrías de referencia.

Una herramienta muy útil es la *línea de partición*, que posibilita la división de una cara en múltiples, de modo que sería posible aplicar sujeciones o cargas en una porción de una cara.

La carga que soporta la barra es un par torsor de 2 N·m. Para definir este par, se elige *Torsión* dentro de la carpeta de *Cargas* (figura A1.9). En la figura A1.10 aparece el *Property Manager* de este tipo de carga.



*Figura A1.9. Selección de carga de torsión*

En la figura A1.9 aparecen otras variedades de cargas a aplicar sobre el elemento, tales como presiones, fuerzas, gravedad, temperatura, etc.

Se selecciona la cara de aplicación del torsor y el eje o cara cilíndrica que define la dirección del par. Se puede elegir, en este ejemplo, la propia barra como dirección, pero podría darse el caso en el que la geometría no lo permitiese, debiendo entonces que definir algún eje (figura A.1.10)



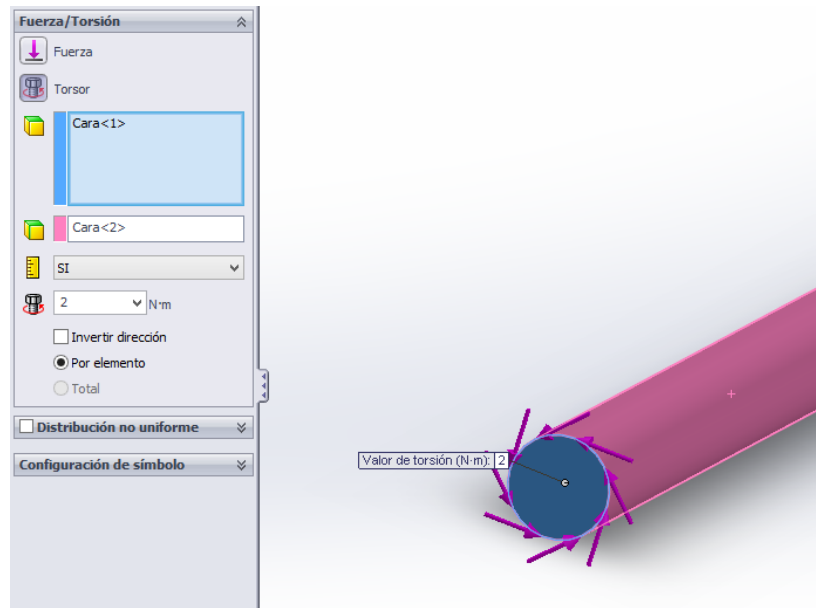


Figura A1.10. Property Manager para Torsor

#### A.1.1.4 Mallado

El siguiente paso es el mallado del elemento. Se comentará básicamente la opción *Crear malla* (figura A.1.11), aunque existen herramientas muy interesantes como el *control de mallado*, que permite la especificación de distintos tamaños de elementos en diferentes regiones del modelo o el *diagnóstico de fallos*, que permite encontrar puntos y zonas donde el mallado puede dar problemas.

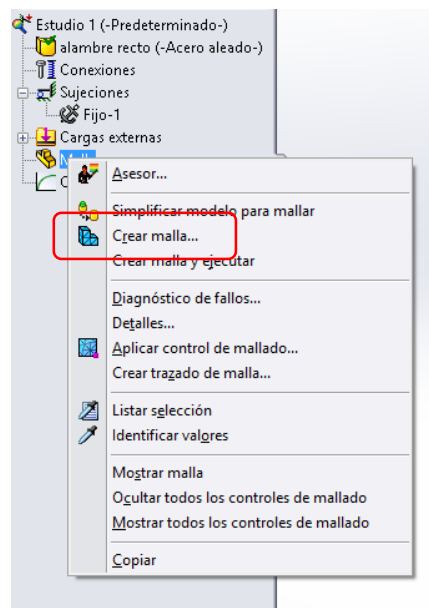
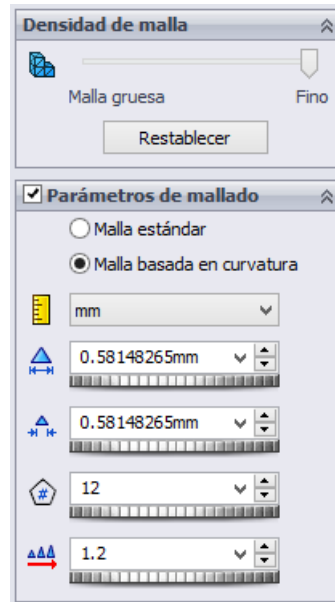


Figura A.1.11. Selección de herramienta Crear Malla





La figura A1.12 muestra el *Property Manager* de la herramienta *Crear malla*. Como se está trabajando con una geometría curva (el elemento a mallar es una barra) se va a seleccionar la tipología de malla basada en curvatura, que se adapta mejor a este tipo de superficies.



*Figura A1.12. Property Manager de Crear Malla*

En *densidad de malla* se traslada el scroll hasta el máximo de la derecha, haciendo la malla lo más fina posible. Cuanto más alto sea el valor del *Nº de elementos en un círculo* y menor el *cociente de crecimiento*, mayor será la calidad de la malla.

Se definen ahora el resto de parámetros de mallado para malla basada en curvatura.

	<b>Tamaño máximo de elemento</b>	El tamaño de elemento máximo se usa para límites con la menor curvatura.
	<b>Tamaño mínimo del elemento</b>	El tamaño de elemento mínimo se usa para límites con la mayor curvatura.
	<b>N.º mín. de elementos en un círculo</b>	Especifica el número de elementos en un círculo. Para observar los efectos de esta opción, el tamaño del elemento calculado debe estar entre el Tamaño máximo de elemento y Tamaño mínimo de elemento.
	<b>Cociente de crecimiento del tamaño del elemento</b>	Especifica el cociente de crecimiento del tamaño del elemento empezando en zonas de altas curvaturas en todas las direcciones.

El mallado resultante es de alta calidad. En este ejemplo, con un mallado de menor calidad también se resolvería el estudio con unos resultados aceptables. En ocasiones no es conveniente generar una malla de tan alta calidad puesto que se puede llegar a demorar su creación y el posterior estudio.

Una vez definida y creada la malla el software muestra el modelo con la malla superpuesta (figura A.1.3).

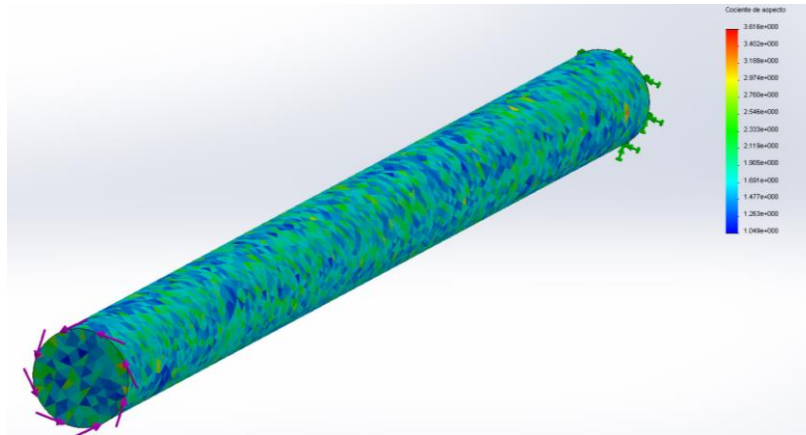
*Figura A1.13. Elemento mallado*

Se puede crear un *trazado de mallado* que indique los puntos o elementos susceptibles de causar un error o fallo en el cálculo posterior (figura A.1.14).

*Figura A.1.14. Selección de trazado de malla*

205

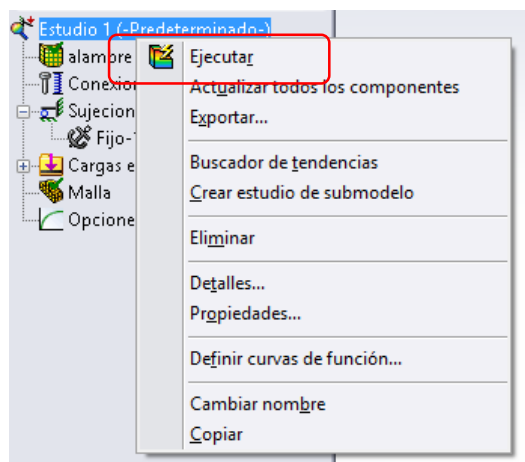
En la figura A.1.15 se muestra el trazado de calidad de malla con la *relación de aspecto* como criterio. La *relación de aspecto* de un elemento se define como la relación entre la arista más larga y la normal más corta colocadas desde un vértice a la cara opuesta normalizada con respecto a un tetraedro perfecto. Los elementos más cercanos a las tonalidades rojas tienen un cociente de aspecto más grande, de modo que puede existir una contaminación de los resultados en estos puntos. Aun así, al ser la geometría tan simple y el mallado tan bueno, no presentará problemas.



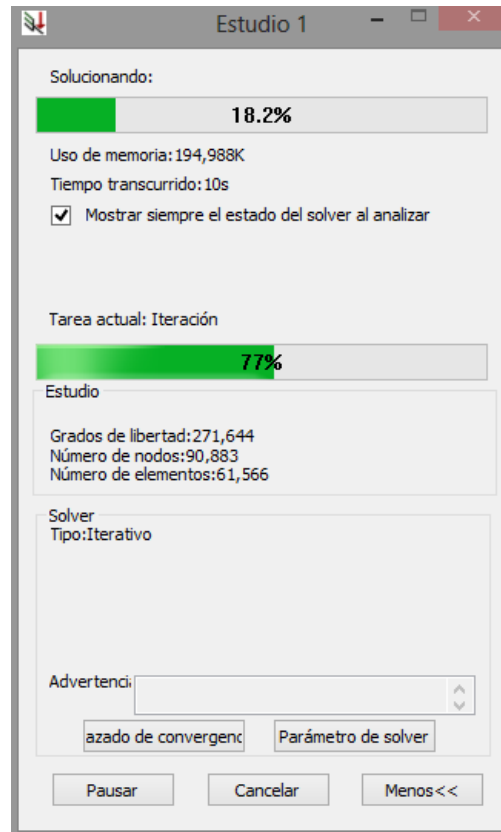
*Figura A.1.15. Trazado de calidad de malla*

#### **A.1.1.5 Ejecución.**

El siguiente paso es la ejecución del estudio. Se ejecuta el solver del estudio (figura A.1.17). Éste estima el tiempo restante para la finalización del estudio, también permite pausarlo o cancelarlo.

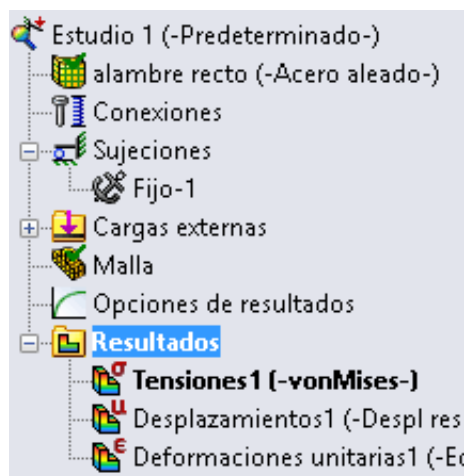


*Figura A.1.16. Ejecución del estudio*



*Figura A.1.17. Ventana de diálogo del Solver*

Una vez terminada la ejecución, se creará automáticamente una carpeta de resultados con los trazados predeterminados de tensiones, desplazamientos y deformaciones unitarias.



*Figura A.1.18. Carpeta de resultados con trazados predeterminados*

### A.1.1.6 Análisis de los resultados

Pulsando el botón del derecho del ratón sobre la carpeta se pueden crear nuevos trazados de estudio estático. Así mismo, si se hace lo idéntico sobre cada trazado creado existe la posibilidad de modificar la definición, las opciones de visualización, etc. Para el ejemplo propuesto se hablará básicamente de dos trazados: el de tensiones y el de factor de seguridad.

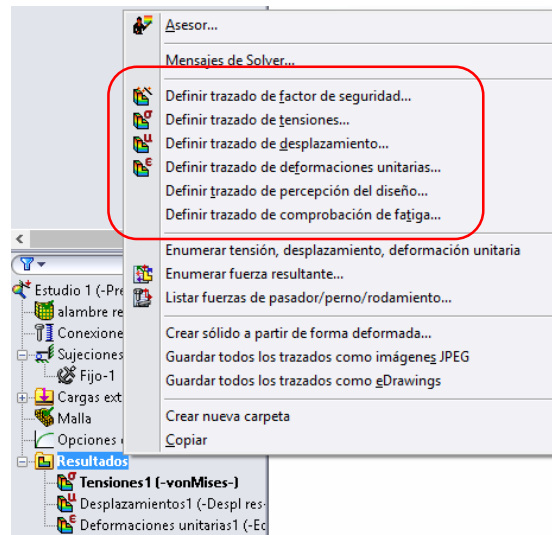


Figura A.1.19. Posibles trazados a definir

### Trazado de tensiones

Seleccionando *Editar definición* (figura A.1.20) aparece el *Property Manager* del trazado de tensiones (figura A.1.21).

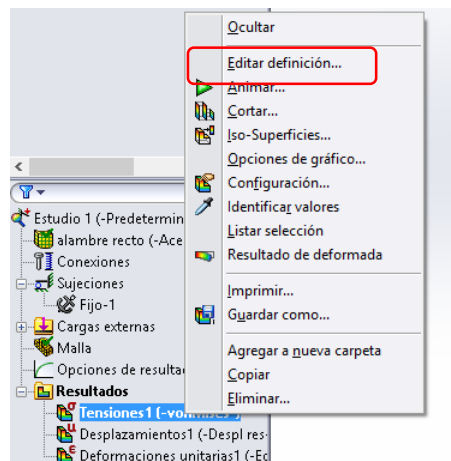


Figura A.1.20. Selección de editar definición de trazado de tensiones

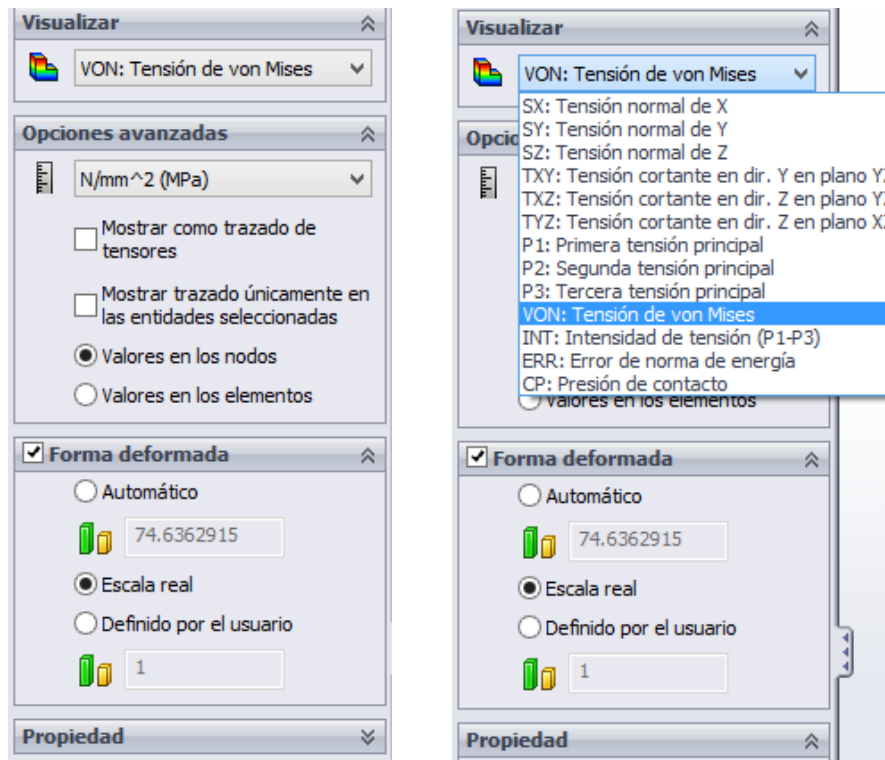


Figura A.1.21. Property Manager de trazado de tensiones

En la lista desplegable de la figura A.1.21 se selecciona el tipo de tensión o esfuerzo que se quiere visualizar en el modelo. Por ejemplo, en la figura A.1.22 se muestra el trazado de tensiones de Von Mises.

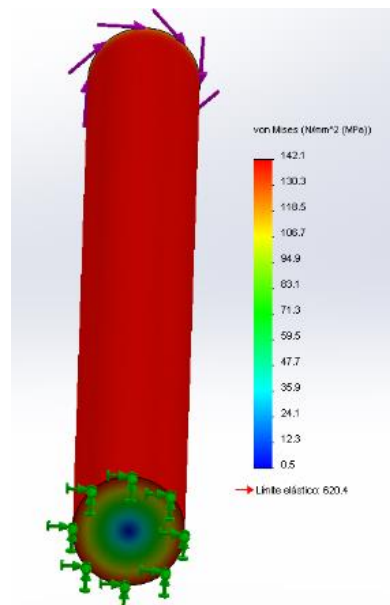


Figura A.1.22. Trazado de tensiones de Von Mises

### Trazado de factor de seguridad

Se puede crear un trazado de factor de seguridad, que representa el mismo sobre el modelo. Además, permite elegir uno de los criterios de fallo definidos por el programa, que aparecen en la lista desplegable de la figura A.1.23.

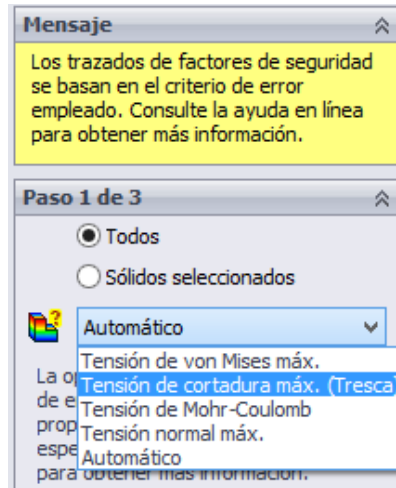


Figura A.1.23. Property Manager del trazado de factor de seguridad

Si se selecciona la *Teoría del cortante máximo* existe la posibilidad de seleccionar qué resistencia utilizar para evaluar frente a la tensión del modelo. En este caso se utilizará el límite elástico (figura A.1.24).

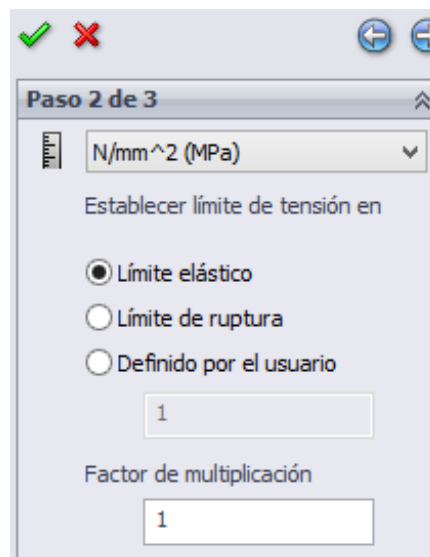
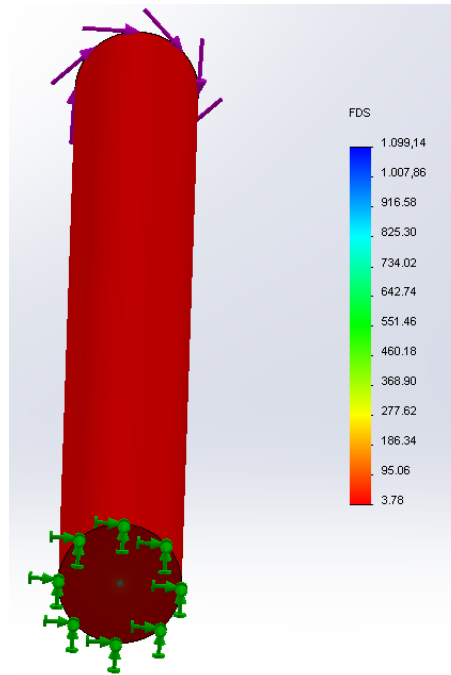


Figura A.1.24. Property Manager de fds. Criterio de cortadura máxima





*Figura A.1.25. Factor de seguridad bajo TECM*

La figura A.1.25 corresponde al trazado de factor de seguridad para la teoría de cortadura máxima. El factor de seguridad mínimo obtenido es de 3,78.

En las representaciones gráficas, cada color equivale a un nivel tensional, factor de seguridad, etc. Es posible cambiar los intervalos para que el gráfico muestre la información adecuada (Por ejemplo, en el caso de la figura A.1.25 aparece un FDS máximo de 1099, un dato nada útil en el estudio, por lo que sería interesante estrechar los márgenes).

### ***Opciones y herramientas de visualización***

Para la simplificación de la comprensión y análisis de los resultados, se ofrecen distintas herramientas que permiten visualizar las soluciones a los estudios con mayor facilidad. Es válido en todos los tipos de estudios. Algunos ejemplos son:

1. *Cortar*
2. *Iso-Superficies*
3. *Opciones de gráfico*
4. *Configuración*
5. *Identificar valores*

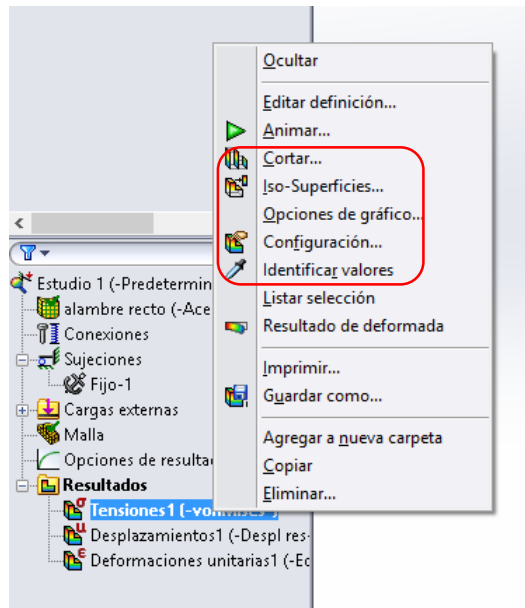


Figura A.1.26. Distintas opciones y herramientas de visualización

### 1. Cortar

Esta opción permite generar cortes y secciones en el modelo, así pudiendo observar los trazados en el interior del sólido o en las secciones requeridas (figura A.1.27).

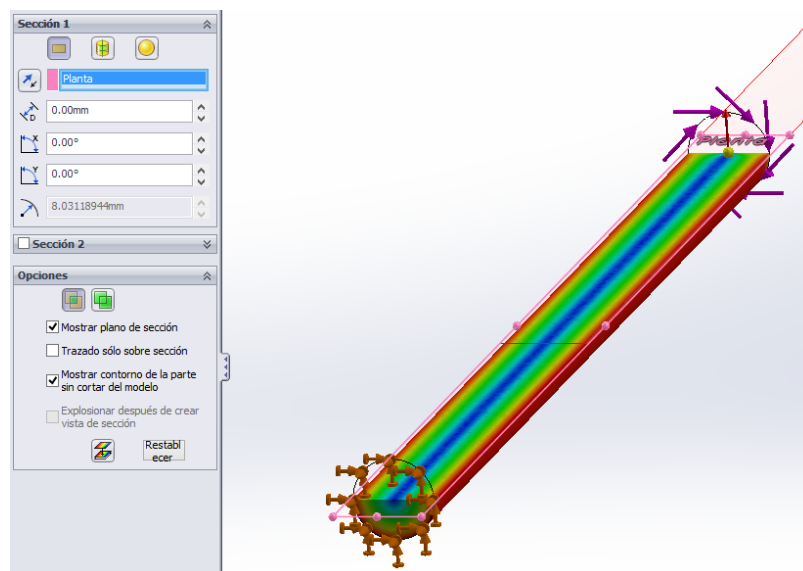


Figura A.1.27. Corte en la planta del modelo

Se puede observar como el valor del esfuerzo de Von Mises es máximo en todo el exterior y va reduciéndose hacia el interior del alambre, siendo cercano a cero en el centro del mismo, tal como se preveía siendo la barra sometida a un esfuerzo de torsión.

## 2. Iso-Superficies

Esta opción permite visualizar superficies del resultado trazado que tengan un valor determinado. Si se introduce un valor, el programa muestra todos los valores del trazado por encima del mismo, a no ser que se active la opción *de inversión de la dirección del corte* para que muestre los valores por debajo. Es una herramienta altamente útil porque permite reflejar las partes de la pieza sometidas a una determinada tensión, desplazamiento, etc.

En la figura A.1.28 se muestra la parte del modelo sometido a una tensión de Von Mises superior a 72,2 MPa.

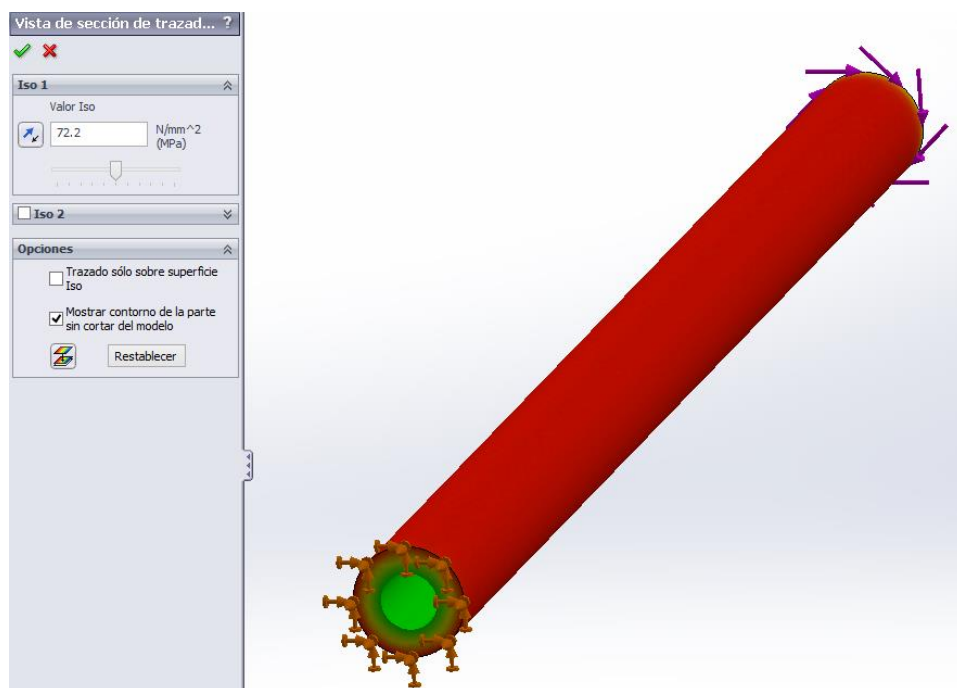


Figura A.1.28. IsoSuperficie sobre el trazado de tensiones de Von Mises.

## 3. Opciones de gráfico

Estas opciones conceden la posibilidad de mostrar el valor máximo y mínimo del trazado en el modelo, definir el intervalo de los valores a representar en el modelo (en el caso de seleccionar la opción *automático*, fija el mínimo y máximo como extremos del intervalo), modificar la posición y tamaño de la leyenda o los colores de la misma.

En la figura A.1.29 aparece el *Property Manager* de *Opciones de gráfico*.

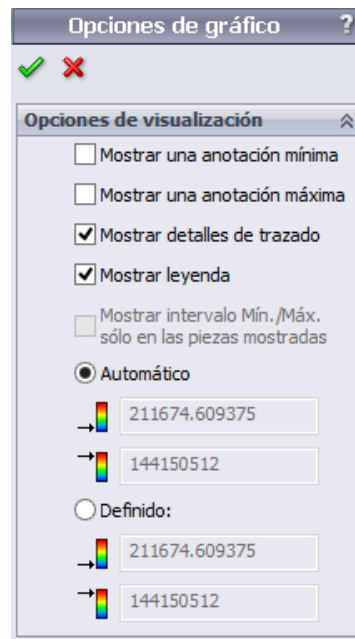


Figura A.1.29. Property Manager de Opciones de gráfico

#### 4. Configuración

Permite controlar la visualización del trazado de borde, además de visualizar el contorno del modelo y la deformada del mismo.

Por ejemplo, el borde discreto utiliza contornos rellenos de color con un sombreado distintivo que muestra con mayor diferencia los distintos niveles.

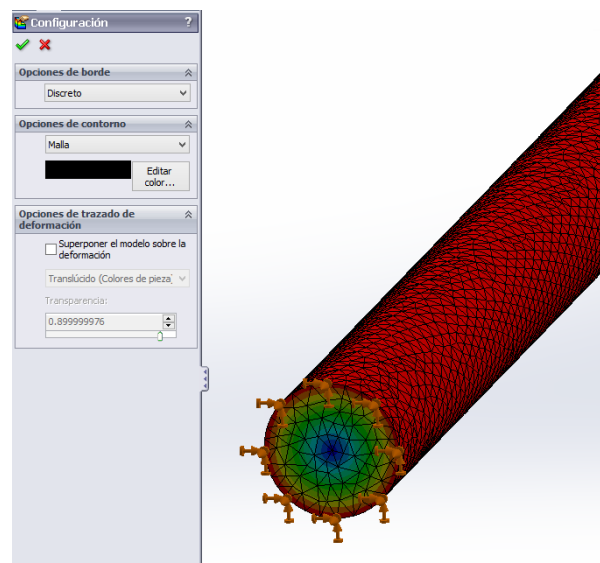


Figura A.1.30. Modelo con borde discreto y malla superpuesta.

## 5. Identificar valores

La función Identificar valores permite consultar un trazado y ver los valores de las cantidades trazadas en nodos o centros definidos de elementos.

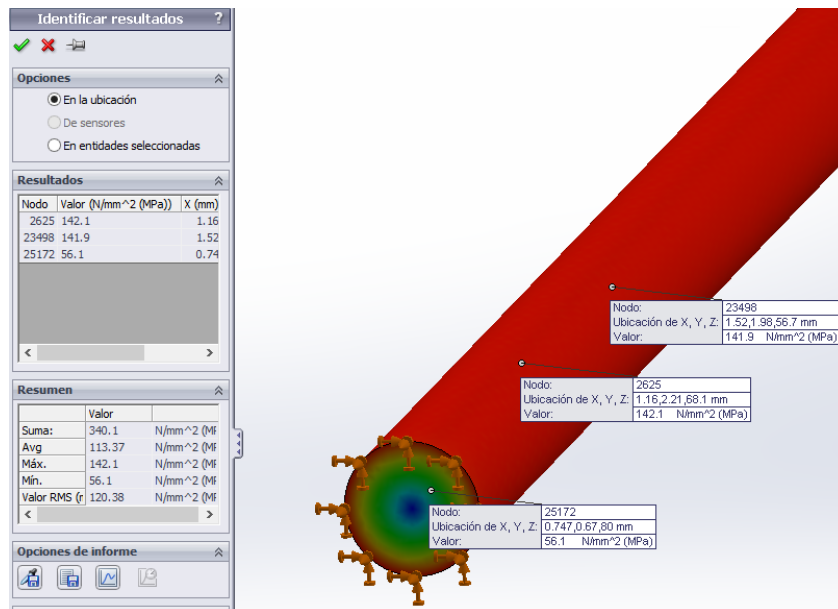


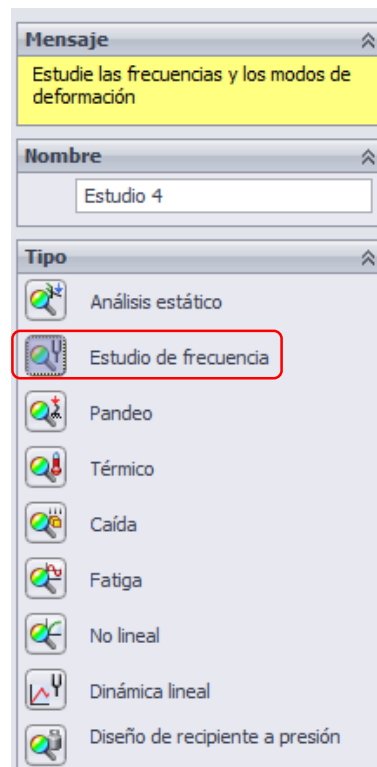
Figura A.1.31. Ejemplo de identificación de valores en nodos concretos

Cuando se identifica los valores de un trazado de malla, el software muestra el número de nodo o de elemento y las coordenadas globales del nodo. Cuando se identifica los valores de un trazado de resultado, el software muestra el número de nodo o elemento, el valor del resultado trazado y las coordenadas globales del nodo o del centro del elemento.

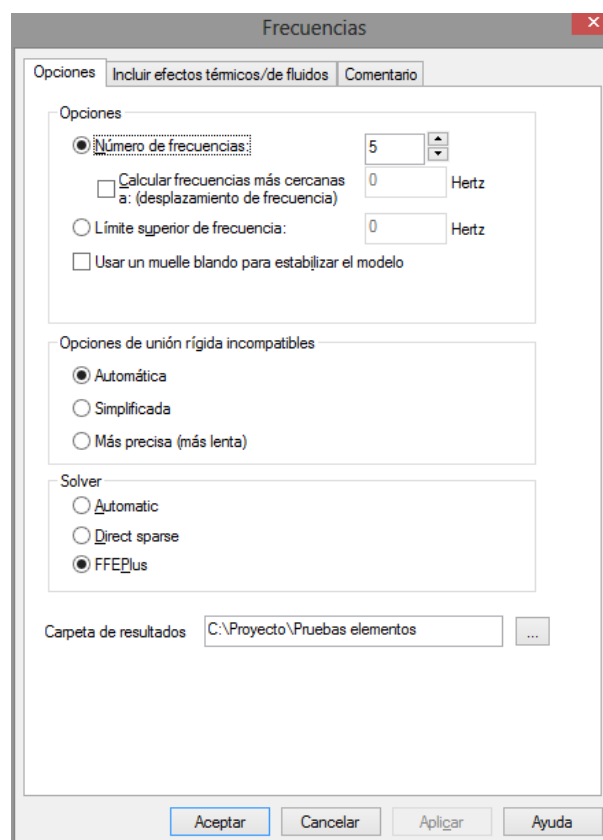
## A.1.2 CREACIÓN DE UN ESTUDIO DE FRECUENCIA

Crea un estudio de frecuencia para calcular las frecuencias naturales y formas modales de los sólidos (figura A.1.32).

Se pueden exportar las propiedades del estudio estático (malla, material y sujeciones) a este estudio. No se aplican cargas sobre el elemento. Para definir las opciones del estudio se selecciona *Propiedades* (figura A.1.33). Se configuran las propiedades del estudio de frecuencia.



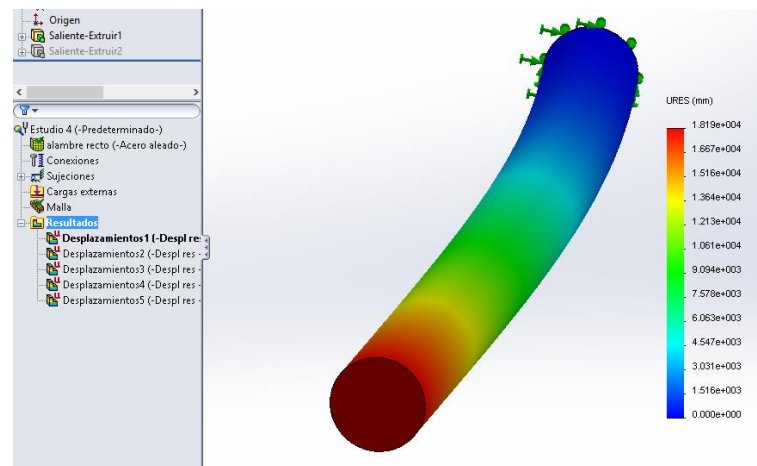
*Figura A.1.32. Selección de estudio de frecuencia*



*Figura A.1.33. Propiedades del estudio de frecuencia*

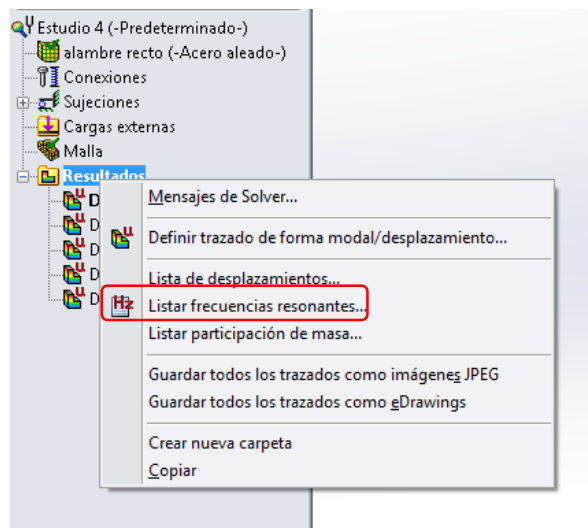
La opción *Número de frecuencias* permite establecer el número deseado de frecuencias naturales (resonantes) a calcular. La opción predeterminada calcula las cinco frecuencias más bajas.

Los trazados de desplazamientos trazan los desplazamientos resultantes bajo formas modales de frecuencia (figura A.1.34).

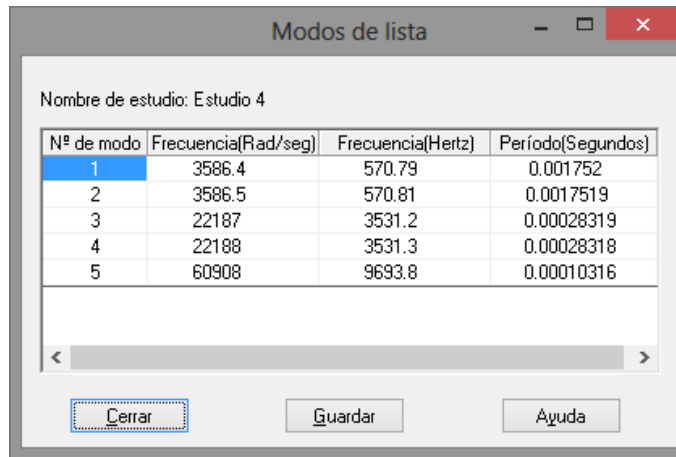


*Figura A.1.34. Trazado de desplazamientos modales*

Para visualizar el listado de frecuencias naturales calculadas se debe seleccionar la opción *Listar frecuencias resonantes* (figura A.1.35).



*Figura A.1.35. Listar frecuencias resonantes*



Nº de modo	Frecuencia(Rad/seg)	Frecuencia(Hertz)	Período(Segundos)
1	3586.4	570.79	0.001752
2	3586.5	570.81	0.0017519
3	22187	3531.2	0.00028319
4	22188	3531.3	0.00028318
5	60908	9693.8	0.00010316

*Figura A.1.36. Listado de frecuencias naturales o resonantes del modelo*

De este modo se obtienen las frecuencias naturales para los distintos modos seleccionados (figura A.1.36). Es importante calcular las frecuencias naturales para evitar problemas de resonancia.

### **A.1.3 CREACIÓN DE UN ESTUDIO DE FATIGA**

Este estudio permite calcular los factores de vida total, daño y carga ocasionados por una carga cíclica. Se aplicará la carga de torsión durante un millón de ciclos, variando la carga desde cero hasta el valor máximo de 2N·m.

En la figura A.1.37 aparecen dos Opciones, correspondientes al tipo de estudio de fatiga que se quiera elegir. A continuación las definiciones.

Sucesos de amplitud constante con ciclos definidos



Crea un estudio en el que todos los ciclos tienen las mismas amplitudes de carga.

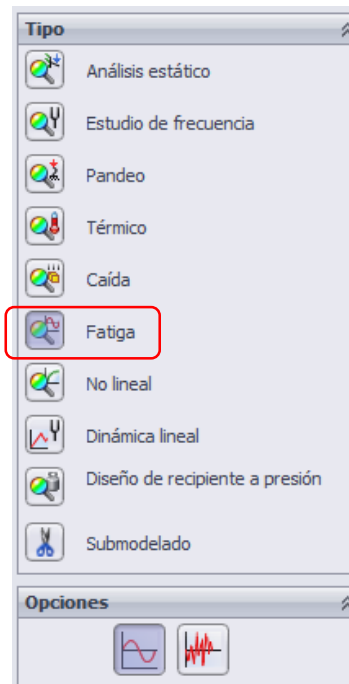
Datos de historial de amplitud variable



Crea un estudio en el que las cargas que fluctúan están definidas como un registro de historial.

En este proyecto se ejecutarán estudios de amplitud constante con ciclos definidos y con un solo suceso estático de referencia.

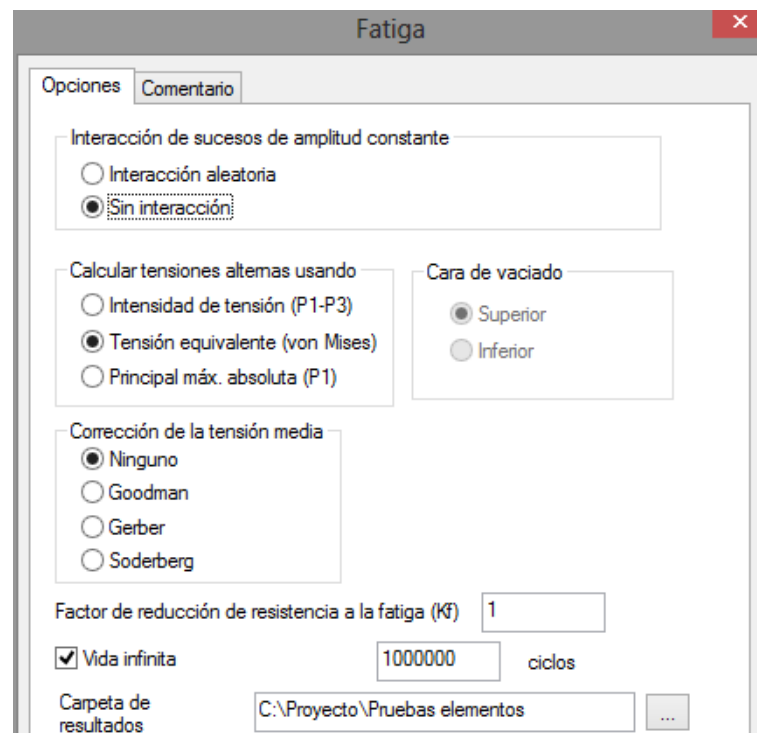




*Figura A.1.37. Selección de estudio de Fatiga*

### **A.1.3.1 Propiedades del estudio**

En la figura A.1.38 se muestran las propiedades y opciones del estudio.



*Figura A.1.38. Propiedades del estudio de Fatiga*

Ahora se van a definir algunas propiedades del estudio:

*Interacción de sucesos de amplitud constante.* Establece la interacción entre los sucesos de fatiga de amplitud constante. Como se ha comentado anteriormente, en este estudio proyecto solo se aplicará un suceso de amplitud constante, por lo que esta opción carece de importancia.

- Interacción aleatoria. El software considera la posibilidad de mezclar tensiones pico de diferentes sucesos para la evaluación de tensiones alternas. Esta opción es significativa sólo si se define más de un suceso de fatiga.
- Sin interacción. El software supone que los sucesos se producen de manera secuencial uno después del otro sin ninguna interacción.

*Calcular tensiones alternas usando.* Establece el tipo de tensión necesaria para calcular las tensiones alternas equivalentes. Permite elegir la *intensidad de tensión (P1-P3)*, la *tensión equivalente de Von Mises* o la *tensión principal máxima (P1)*.

*Corrección de la tensión media.* Establece el método de corrección de la tensión media como se estudió en el capítulo 4. El software calcula la tensión media además de calcular la tensión alterna para cada ciclo y luego evalúa la tensión corregida mediante el empleo del método especificado.

*Factor de reducción de resistencia a la fatiga (Kf).* Este factor, entre 0 y 1, permite reducir la resistencia a la fatiga del material. El programa divide la tensión alterna por este factor. Esto equivale a reducir el número de ciclos que causan fallos a determinada tensión alterna.

*Vida infinita.* Denota el número de ciclos para vida infinita del material.

### A.1.3.2 Sucesos de carga

El siguiente paso en el estudio de fatiga consiste en definir el suceso o sucesos de carga que actúan. En primer lugar se selecciona *Agregar Suceso* (figura A.1.39).

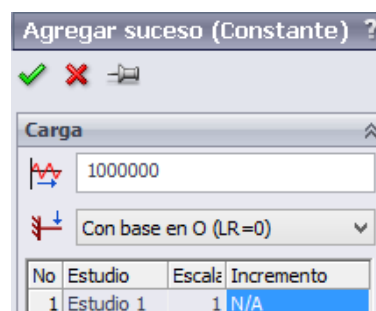
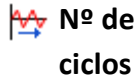


Figura A.1.39. Agregar suceso

Permite definir un suceso de amplitud constante para un estudio de fatiga. Se pueden definir varios sucesos constantes para un estudio de fatiga. Un suceso de fatiga hace referencia a uno o varios estudios estáticos. Los parámetros de este apartado se describen a continuación:



**Nº de  
ciclos**

Establece el número de ciclos asociados con este suceso.



**Tipo de  
carga**

Establece el tipo de carga de fatiga para determinar los intervalos de tensión.

- Completamente invertida
- En base a cero
- Con relación de carga definida

**Asociación de  
estudios**

Establece estudios de referencia (estáticos lineales, no lineales...).

**No.** Contador de estudios.

**Estudio.** Establece el estudio de referencia. Haciendo clic en esta celda se puede seleccionar un estudio desde el menú desplegable.

**Escala.** El factor de escala permite mayorar las tensiones del estudio de referencia. Solo es válido para estudios estáticos lineales.

Se selecciona  $10^6$  ciclos de carga para evaluar la pieza a vida infinita.

### ***A.1.3.3 Selección y edición del material***

Aunque exista la posibilidad de definir la curva SN, se utilizará la biblioteca de SolidWorks y se derivará la curva del módulo elástico del material (figura A.1.40).

A continuación ya se puede ejecutar el estudio y analizar los resultados en los trazados de fatiga.

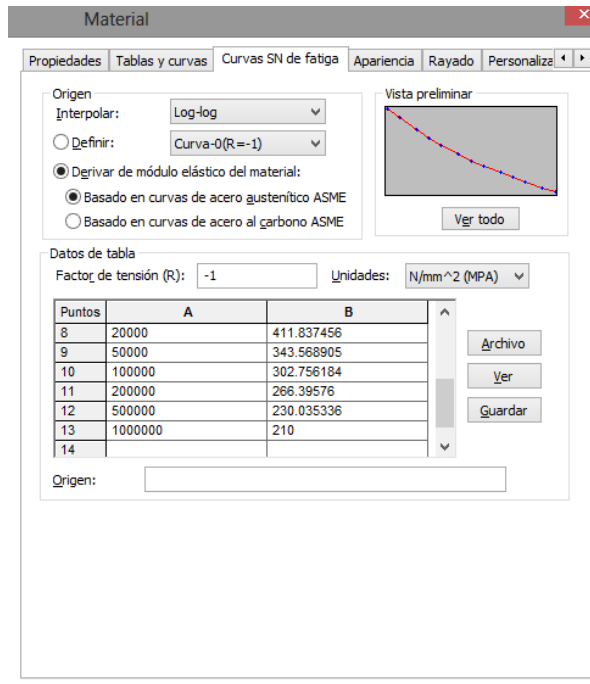


Figura A.1.40. Cuadro de propiedades del material

#### A.1.3.4 Ejecución y análisis del estudio

Un trazado de fatiga muestra los resultados de un estudio de fatiga. Existen cuatro tipos ya descritos en el capítulo 4: *trazado de vida*, *trazado de daño*, *trazado de factor de carga* y *trazado de biaxialidad*. Una vez ejecutado el análisis se pueden seleccionar.

### A.1.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS. COMPARATIVA CON MÉTODOS ANALÍTICOS

Es el momento de analizar los resultados obtenidos con el software. Además, se realizará una comparativa entre los métodos analíticos clásicos con este método computacional.

#### A.1.4.1 Análisis a carga estática

##### Cálculos analíticos

Según la teoría, un par de torsión genera un esfuerzo cortante máximo que se puede calcular aproximadamente mediante la ecuación A.1.1:

$$\tau_{max} = \frac{c \cdot T}{J} \quad (\text{Ecuación A.1.1})$$

Siendo:

$c$  = distancia desde el eje neutral hasta la fibra externa

$T$  = par torsor

$J$  = Momento polar de inercia

Operando con la anterior expresión para las condiciones geométricas de una barra de sección circular, la ecuación A.1.1:

$$\tau_{max} = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} \quad (\text{Ecuación A.1.2})$$

Por lo tanto, el esfuerzo cortante máximo según expresiones analíticas es:

$$\tau_{max} = \frac{16 \cdot 2 \cdot 1000}{\pi \cdot 5^3} = 81,48 \text{ MPa}$$

También se puede calcular mediante la ecuación A.1.3:

$$\tau_{max} = \frac{P_1 - P_3}{2} \quad (\text{Ecuación A.1.3})$$

Siendo  $P_1$  y  $P_3$  tensiones principales no iguales a 0. ( $P_2=0$  y  $P_1 > P_2 > P_3$ ).

Utilizando la expresión para calcular los esfuerzos principales resulta que:

$$\tau_{max} = P_1, -P_3$$

(No hay esfuerzos normales en direcciones  $x$  ni  $y$ ).

Así, las tensiones principales deben ser de igual valor al cortante máximo.

La tensión de Von Mises para una viga se puede calcular mediante:

$$\sigma_{Von Mises} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (\text{Ecuación A.1.4})$$

Como no aparece ningún valor de tensión normal;  $\sigma_{Von Mises} = \sqrt{3} \cdot \tau_{xy}$

$$\sigma_{Von Mises} = \sqrt{3} \cdot 81,48 = 141,13 \text{ MPa}$$

Se aplica la teoría de fallo *MSST* o *Teoría del Esfuerzo cortante máximo*, por tratarse de un material dúctil y ser más conservadora y matemáticamente más simple que, por ejemplo, la *Teoría de la Energía de Distorsión TED*.

$$\tau_{max} = \frac{S_y}{2 \cdot \eta}$$

Utilizando el límite elástico de 620,42 MPa como esfuerzo máximo permisible ya que es la opción predeterminada del programa (a pesar de que este valor no sea igual a la resistencia a fluencia del material).

$$\eta = \frac{620,42}{2 \cdot 81,48} = 3,80$$

Si se aplica TED:

$$\sigma_{Von Mises} \geq \frac{S_y}{\eta}$$

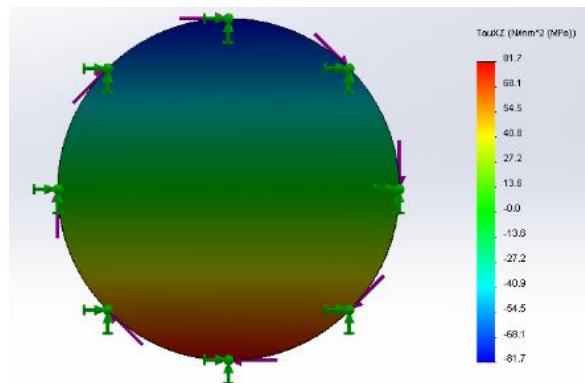
$$\eta = \frac{620,42}{141,13} = 4,39$$

### **Resultados con SolidWorks Simulation**

#### **1. Esfuerzo cortante:**

Se genera un trazado de Tensión  $\tau_{xz}$  (figura A.1.41), obteniendo los esfuerzos cortantes en la dirección X contenidos en planos normales a la dirección Z. Si se hace lo mismo para el caso de  $\tau_{yz}$  los resultados son idénticos.

Se obtiene un valor de 81,7 MPa en el exterior de la sección, muy aproximado a los 81,49 MPa calculados analíticamente.



*Figura A.1.41. Vista de la sección de la barra en un trazado de cortante en xy*

## 2. Esfuerzos principales:

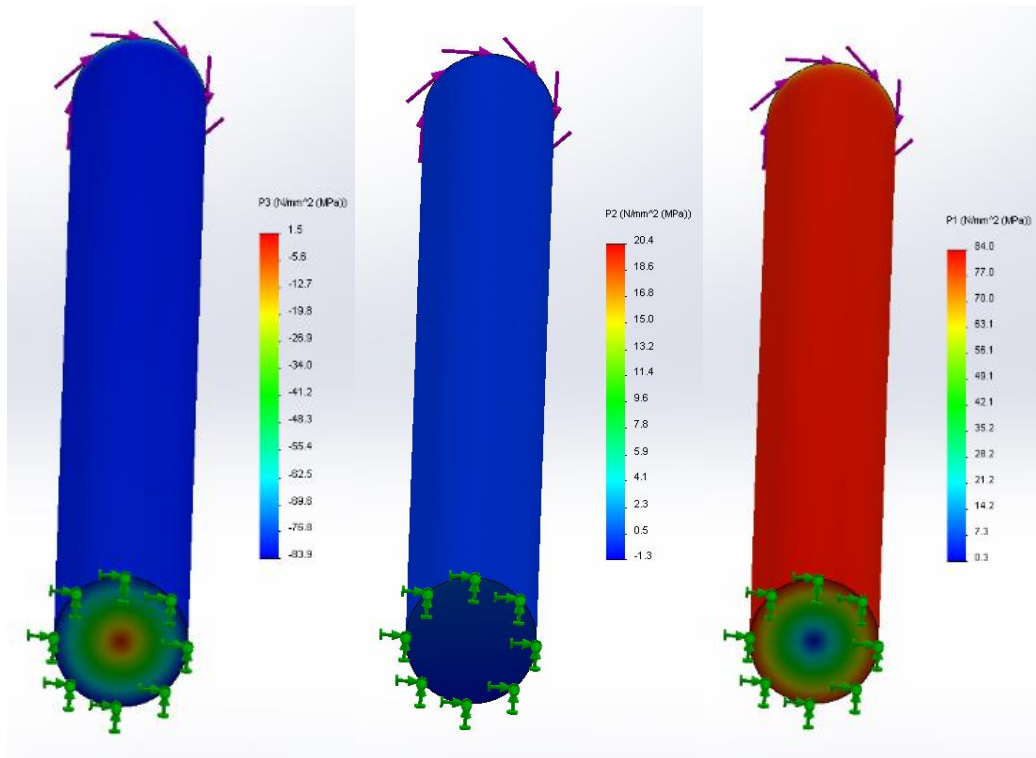


Figura A.1.42. Trazados de esfuerzos principales. De izqda. a dcha. P3, P2 y P1

Atendiendo a los resultados:

$P_1 = 84 \text{ MPa}$  ;  $P_2 = 0 \text{ MPa}$  ;  $P_3 = -83,9 \text{ MPa}$

Analíticamente se ha deducido que  $\tau_{max} = \pm P_1, P_3 = 81,49 \text{ MPa}$

$$\tau_{max} = \frac{P_1 - P_3}{2} = \frac{84 - (-83,9)}{2} = 83,95 \text{ MPa}$$

Existe otro trazado de tensiones llamado *Intensidad de tensión P1-P3*, que muestra directamente la diferencia entre ambas tensiones principales.

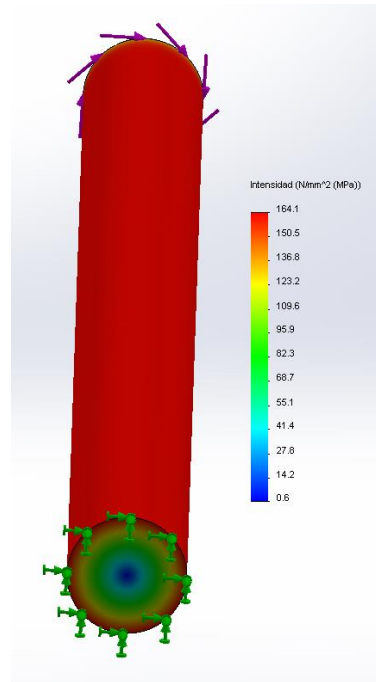


Figura A.1.43. Trazado de intensidad de tensión P1-P3

Según éste,  $P1-P3=164,1\text{MPa}$

Si se aplica la ecuación A1.3:

$$\tau_{max} = \frac{164,1}{2} = 82,05 \text{ MPa}$$

Esta diferencia entre este cortante y el calculado utilizando los trazados de tensiones principales por separado puede ser fruto de una imprecisión del programa, debido a un pequeño error en el mallado y al reporte de un valor máximo de tensión principal algo mayor en algún punto aislado. Aun así, la diferencia es tan pequeña que se pueden dar como válidos los resultados.

Todos los resultados anteriores se aproximan bastante a los analíticos.

### 3. Esfuerzo de Von Mises

Ahora se ejecuta un trazado de tensión de Von Mises:

Según la figura A.1.44, el valor máximo es de 142,1 MPa, algo por encima de los 141,13 MPa obtenidos analíticamente. Para comprobar que este valor máximo puede ser un error del programa debido a una imprecisión de cálculo en algún nodo de la malla, se puede usar la herramienta ISO-Superficie para comparar otros niveles tensionales. La figura A.1.45 corresponde a la iso-superficie para un valor de 141,13 MPa.



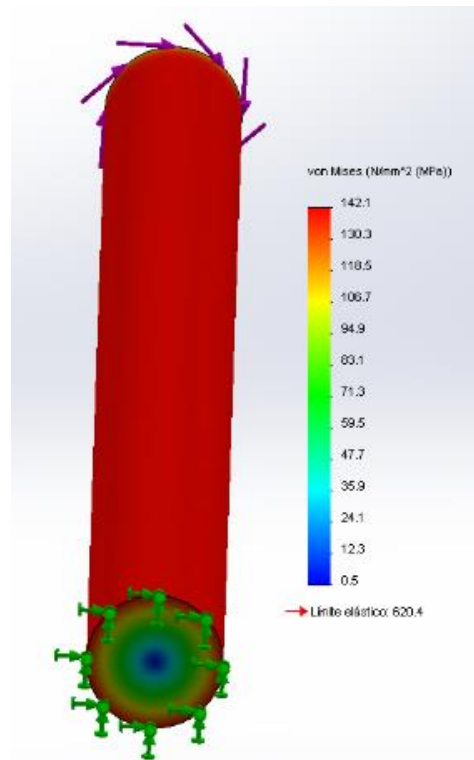


Figura A.1.44. Trazado de tensiones de Von Mises

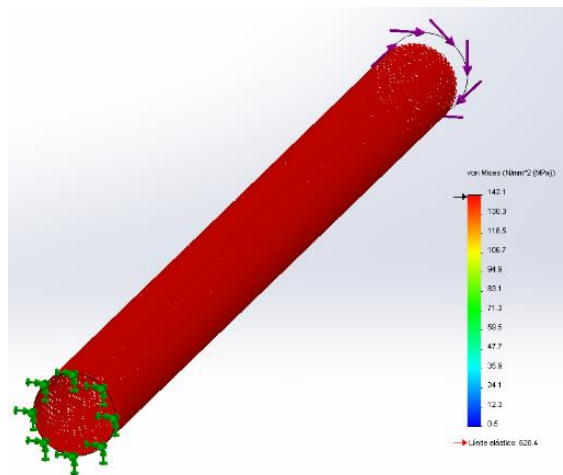


Figura A.1.45. Iso-Superficie en trazado de tensiones de Von Mises

Introduciendo el valor de 141,13 se observa como realmente éste es el valor desarrollado en la superficie exterior de la barra. En los anteriores casos también se adquirirían unos resultados un poco superiores a los reales. Por lo tanto, es posible concluir que los resultados son completamente equiparables a los teóricos.

#### 4. Comprobación de esfuerzos normales

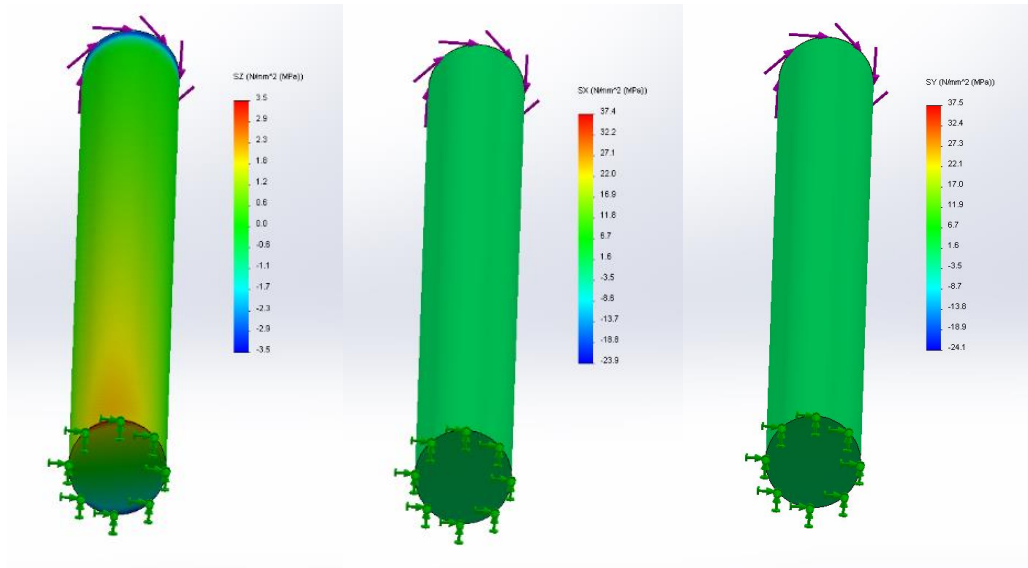


Figura A.1.46. Esfuerzos normales. De izqda. a dcha. dirección Z, dir. X y dir. Y

A pesar de aparecer algún valor de tensión normal, se puede suponer que los valores de tensiones normales son prácticamente nulos.

#### 5. Factor de seguridad

- Teoría cortante máximo (TECM)

El factor de seguridad calculado analíticamente fue de 3,8. En la figura A.1.47 se muestra el trazado de factor de seguridad, donde el valor mínimo corresponde a 3,78.

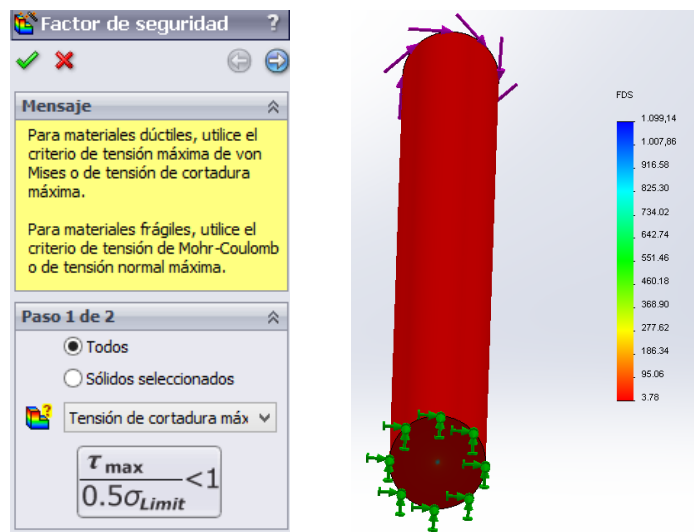


Figura A.1.47. Property Manager y trazado para TECM

- Teoría de la energía de distorsión (TED) o Von Mises

Se obtiene un valor de 4,37 frente al 4,40 obtenido analíticamente (figura A.1.48).

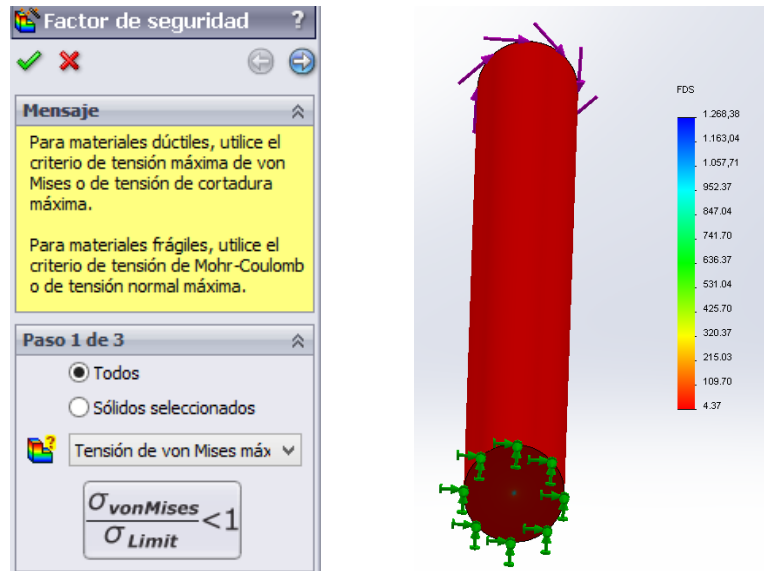


Figura A.1.48. Property Manager y trazado para TED

#### A.1.4.2 Cálculo a fatiga

##### Cálculos analíticos

Se parte de la base de que la vida infinita corresponde a  $10^6$  ciclos de carga.

La carga fluctuará entre un máximo y un mínimo nulo. A continuación se realizan los cálculos teóricos.

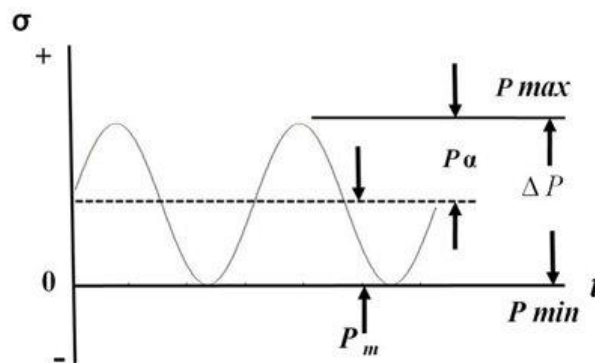


Figura A.1.49. Tipo de carga cíclica aplicada

Se aplican los criterios de Goodman, Gerber y Soderberg, que en el caso de carga torsional, se pueden expresar como:

Goodman:

$$\frac{\eta \cdot \tau_a}{S_{se}} + \frac{\eta \cdot \tau_m}{S_{su}} = 1$$

Gerber:

$$\frac{\eta \cdot \tau_a}{S_{se}} + \eta^2 \cdot \left(\frac{\tau_m}{S_{su}}\right)^2 = 1$$

Soderberg:

$$\frac{\eta \cdot \tau_a}{S_{se}} + \frac{\eta \cdot \tau_m}{S_{sy}} = 1$$

Siendo  $S_e$  la resistencia a la fatiga,  $S_{ut}$  la resistencia última a tracción,  $S_y$  la resistencia a la fluencia y  $\sigma_{a,m}$  las tensiones alterna y media.

Para la obtención del diagrama S-N se aplican las siguientes expresiones para calcular las resistencias a cortadura en este tipo de sollicitación, según bibliografía:

$S'_{sl}$  resistencia a la fatiga a cortadura para  $10^3$  ciclos;  $S'_{sl}=0,52 \cdot S_{ut}$

$S'_{se}$  resistencia a la fatiga a cortadura para  $10^6$  ciclos;  $S'_{se}=0,29 \cdot S_{ut}$

Para calcular  $S_{se}$  se aplica la corrección de dicho límite. Como no existen datos para obtener los factores de corrección del límite de fatiga, se introduce un factor arbitrario de 0,9.

Quedando  $S_{se} = 0,9 \cdot S'_{se} = 0,9 \cdot 0,29 \cdot S_{ut} = 0,9 \cdot 0,29 \cdot 723,826 = 188,91 \text{ MPa}$

Siendo  $S_{se}'$  el límite de resistencia a la fatiga en viga rotatoria, que en el caso de un esfuerzo de torsión se puede expresar como  $0,29 \cdot S_{ut}$ .  $S_{su}$  es la resistencia a la rotura en torsión, que según TED es  $0,577 \cdot S_{ut}$ , *Hamrock* aproxima a  $0,6 S_{ut}$  y otros autores han demostrado que se aproxima realmente a:

$S_{su}=0,67 \cdot S_{ut}=484,96 \text{ MPa}$

$S_{sy}$  es la resistencia a fluencia en torsión, que se puede expresar en porcentaje a la resistencia última a tracción según tablas (capítulo 3), aunque se puede aproximar a  $0,5 S_{ut}$ .

Ahora se calculan las tensiones alterna y media:

$$T_a = \frac{T_{max} - T_{min}}{2} ; T_m = \frac{T_{max} + T_{min}}{2}$$

$$T_a = 1 \text{ Nm} ; T_m = 1 \text{ Nm}$$

$$\text{Por lo que } \tau_a = \tau_m = \frac{16 \cdot 1 \cdot 1000}{\pi \cdot 5^3} = 40,74 \text{ MPa}$$

Goodman:

$$\frac{\eta \cdot 40,74}{188,91} + \frac{\eta \cdot 40,74}{484,96} = 1 ; \eta = 3,33$$

Gerber:

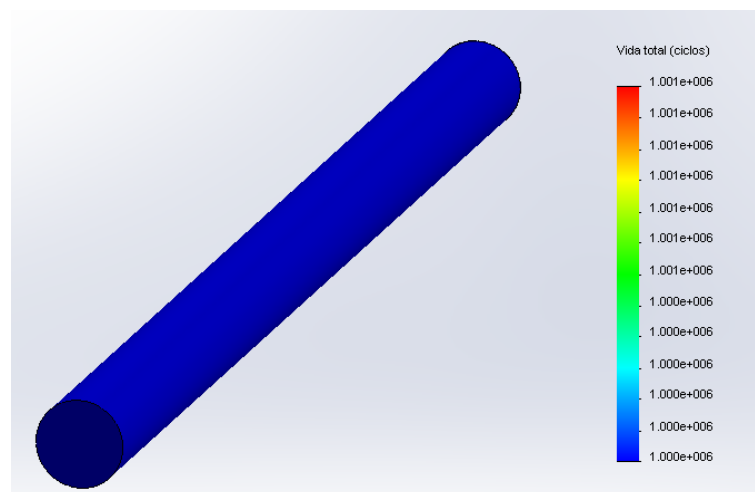
$$\frac{\eta \cdot 40,74}{188,91} + \eta^2 \cdot \left( \frac{40,74}{484,96} \right)^2 = 1 ; \eta = 4,09$$

Soderberg:

$$\frac{\eta \cdot 40,74}{188,91} + \frac{\eta \cdot 40,74}{361,9} = 1 ; \eta = 3,04$$

### **Resultados con SolidWorks Simulation**

#### **1. Vida:**



*Figura A.1.50. Trazado de vida*

Según el trazado de vida (figura A.1.50), la pieza tiene vida infinita en todos sus puntos.

$$\text{Vida} = N - \Delta N = 10^6 - 0 = 10^6 \text{ ciclos}$$

$\Delta N$  son los ciclos que producen fallo a fatiga

## 2. Daño:

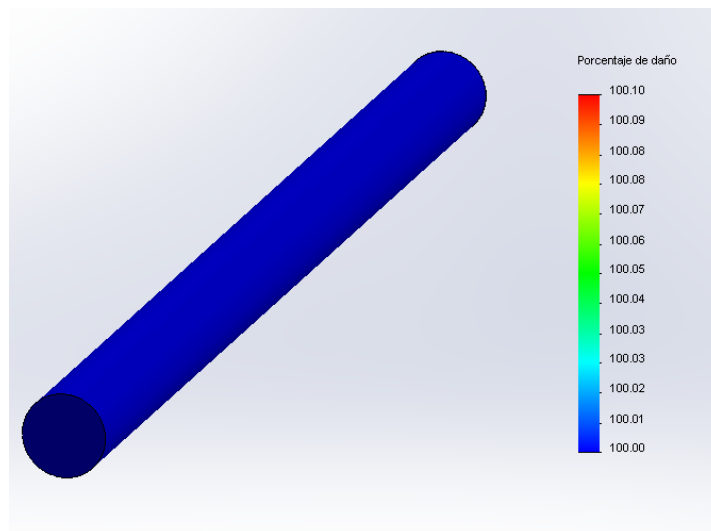
El daño se puede calcular mediante la ecuación 4.3.

$$\text{Daño} = N / (N - \Delta N) = 10^6 / (10^6 - 0) = 1$$

Por lo tanto, según esto la pieza estaría dañada en un 100% (figura A.1.51).

Hay que interpretar los resultados, ya que atendiendo a la definición formal de “daño” y se comprueba que ha dado un resultado del 100%, lo lógico es pensar que toda la pieza está dañada a fatiga, pero hay que fijarse en que la vida de la misma es infinita (Figura A.1.50). Por lo tanto, lo que quiere decir esto es que los sucesos aplicados consumen el 100% de la vida del modelo, pero no ha fallado.

Si en vez de una aplicación de 1000000 ciclos se hubiesen aplicado 500.000, el programa daría un valor del 50%.



*Figura A.1.51. Trazado de porcentaje de daño*

## 3. Factor de carga o factor de seguridad

El programa, para el calcular el factor de carga (Valor por el que se deben multiplicar las cargas para producir fallo por fatiga. Factor de seguridad) aplica la siguiente expresión:

$$\frac{S_{ac}}{S_e} = 1/\eta$$

Siendo:

$S_{ac}$  la tensión alterna corregida.

$S_e$  la resistencia a fatiga del material para  $N$  ciclos.

$\eta$  el coeficiente de seguridad o factor de carga.

Esta  $S_{ac}$  se calcula aplicando la ecuación de Goodman, Gerber o Soderberg para corregir la tensión alternante (ver apartado 4.3.5.4).

Nota: la tensión media siempre es evaluada con el esfuerzo de Von Mises.

Las ecuaciones para el cálculo de la tensión alterna corregida son las siguientes (tabla 4.1).

- Goodman:

$$S_{ac} = \frac{S_a}{1 - \frac{S_m}{S_{ut}}}$$

- Gerber:

$$S_{ac} = \frac{S_a}{1 - \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2}$$

- Soderberg:

$$S_{ac} = \frac{S_a}{1 - \frac{S_m}{S_y}}$$

Se va a crear un trazado de fatiga evaluando la primera tensión principal P1 para las tensiones alternas y aplicando el método de Goodman como corrección.

$$S_a = P1/2 = 42 \text{ MPa}$$

$$S_m = \text{Tensión VM}/2 = 142,1/2 = 71,05 \text{ MPa}$$

$$S_{ut} = 723 \text{ MPa}$$

$$S_{ac} = \frac{42}{1 - \frac{71,05}{723}} = 46,57 \text{ MPa}$$

Puntos	A	B
9	50000	343.568905
10	100000	302.756184
11	200000	266.39576
12	500000	230.035336
13	1000000	210
14		

Figura A.1.52. Resistencia a la fatiga frente al número de ciclos

La resistencia  $S_e$  a un millón de ciclos es de 210 MPa. Este valor es igual, aunque se trate de una coincidencia, con el propuesto en el marco teórico de  $S_{se}=0,29S_{ut}=210$  MPa.

$$S_e = K_f \cdot S'_e = 0,9 \cdot 210 = 189 \text{ MPa}$$

Si se aplica la definición de factor de seguridad:

$$\frac{46,57}{189} = 1/\eta; \eta = 4,058$$

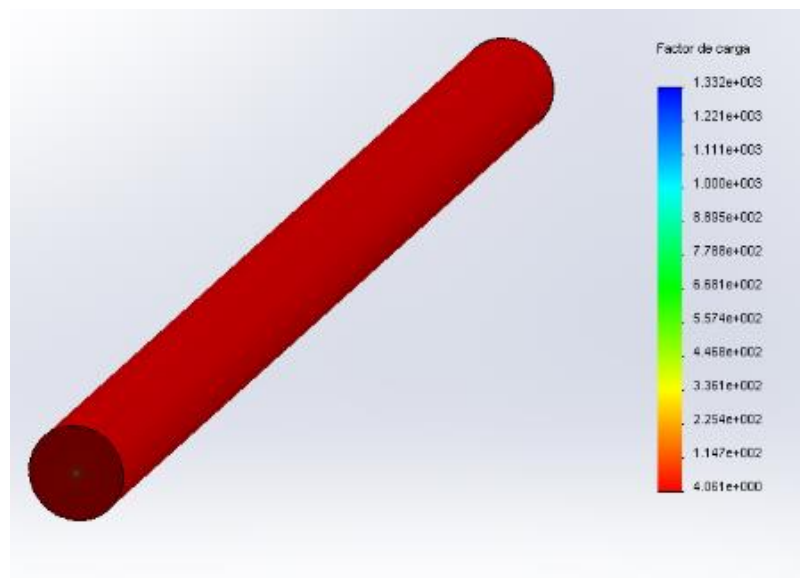


Figura A.1.53. Trazado de fds con tensiones alternas evaluadas con P1 y criterio de Goodman



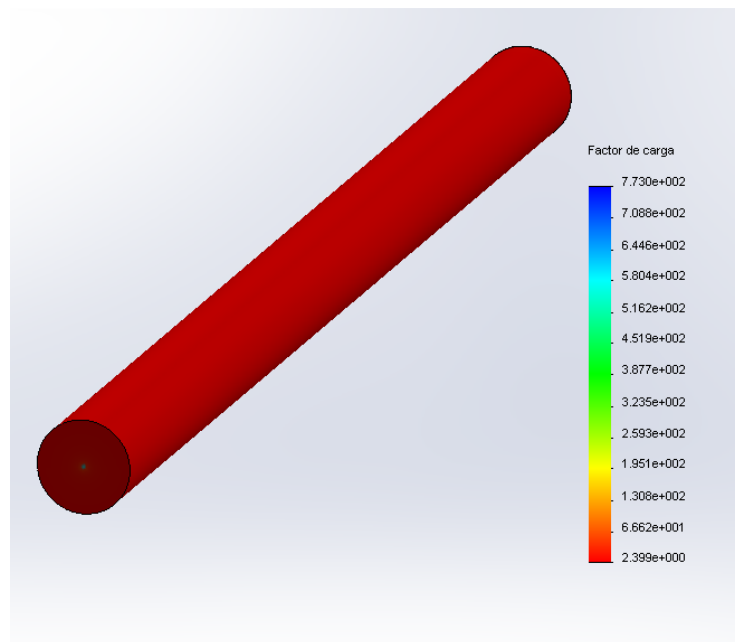
El valor de fds mínimo correspondiente a la mayor tensión principal P1 según el trazado ofrecido por SW es de 4,061 (figura A.1.53)

Si se usa Von Mises para calcular la tensión alterna:

$$S_a = 71,05 \text{ MPa} = S_m$$

$$S_{ac} = \frac{71,05}{1 - \frac{71,05}{723}} = 78,79 \text{ MPa}$$

$$\eta = \frac{189}{78,79} = 2,39$$



*Figura A.1.54. Trazado de fds con esfuerzo de Von Mises para componente alternante*

Y si se usa P1-P3:

$$S_a = P1 - P3 / 2 = 164,1 / 2 = 82,05 \text{ MPa}$$

$$S_{ac} = \frac{82,05}{1 - \frac{71,05}{723}} = 90,99 \text{ MPa}$$

$$\eta = \frac{189}{90,99} = 2,077$$

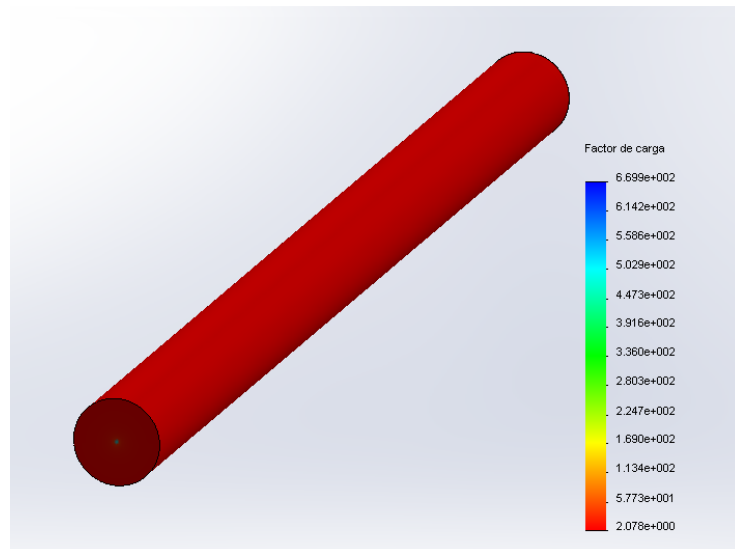


Figura A.1.55. Trazado de fds con Intensidad de tensiones P1-P3 para componente alternante

*Comprobación de la distribución del factor de seguridad:*

Se va a comprobar cómo se distribuye el factor de seguridad sobre la superficie de la barra. Las tensiones alternas son calculadas con P1 y el criterio de corrección es el de Goodman.

Si se aplica una IsoSuperficie en el modelo para ver cómo se desarrolla el factor de carga, se reporta un resultado no esperado (figura A.1.56). Debería dar una respuesta homogénea en toda la superficie, ya que bajo una carga de torsión pura todos los puntos del modelo tienen que ofrecer el mismo valor.

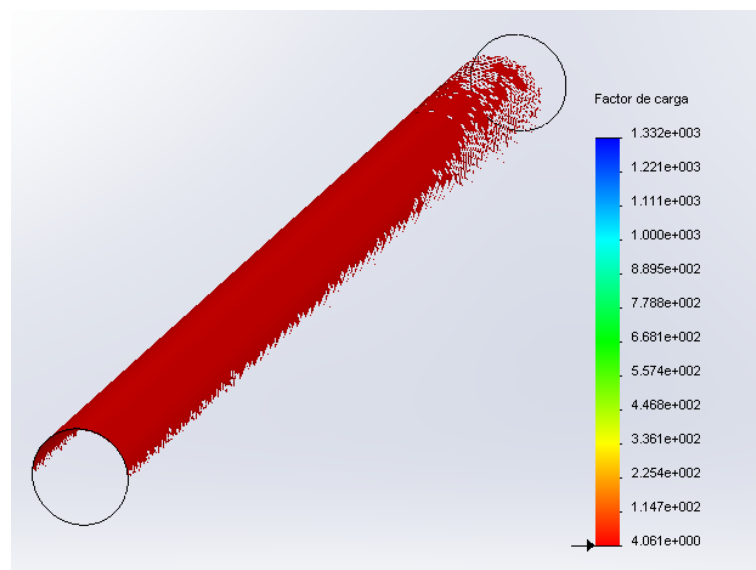
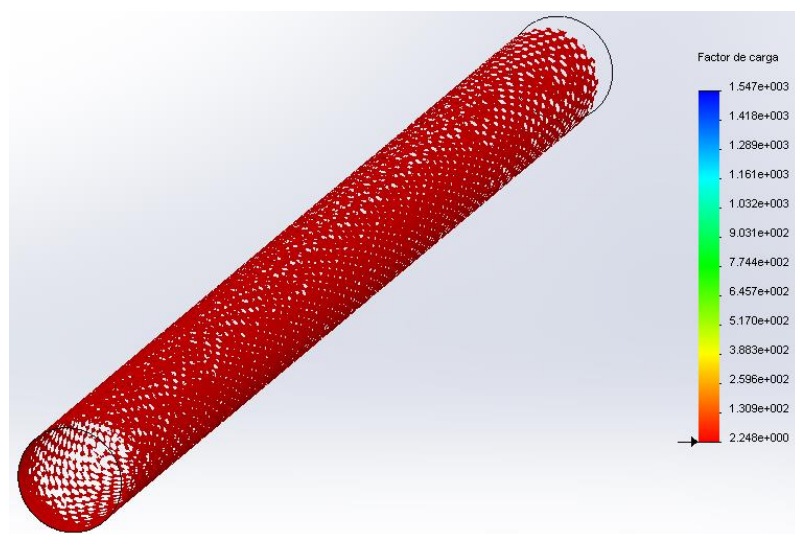


Figura A.1.56. Iso Superficie sobre trazado de fds. P1 para tensiones alternas y corrección de Goodman

Los estudios a fatiga se basan en un estudio estático para realizar los cálculos pertinentes. Esto quiere decir que selecciona los resultados de tensión en cada uno de los nodos del estudio estático y aplica las ecuaciones o expresiones para fatiga. No tiene explicación que en el caso del estudio estático la distribución de tensiones fuese totalmente homogénea en la superficie de la pieza y en este caso no. Por ejemplo, si se seleccionan nodos aislados de un estudio estático en la zona que presenta heterogeneidades, se obtienen las tensiones, y a continuación se buscan estos mismos nodos en el estudio a fatiga y se comprueban los resultados, estos no concuerdan en absoluto. Por lo tanto, no se halla explicación lógica a este suceso.

A continuación se comprueba esto con los otros métodos de corrección del esfuerzo alternante.

Criterio de Gerber:



*Figura A.1.57. Iso Superficie sobre trazado de fds. P1 para tensiones alternas y corrección de Gerber*

En el caso de la aplicación de Gerber (figura A.1.57) para corregir el esfuerzo alternante se ve claramente como la distribución del factor de seguridad o carga es homogéneo en toda la superficie. Esto sí concuerda con los resultados del estudio estático.

Criterio de Soderberg:

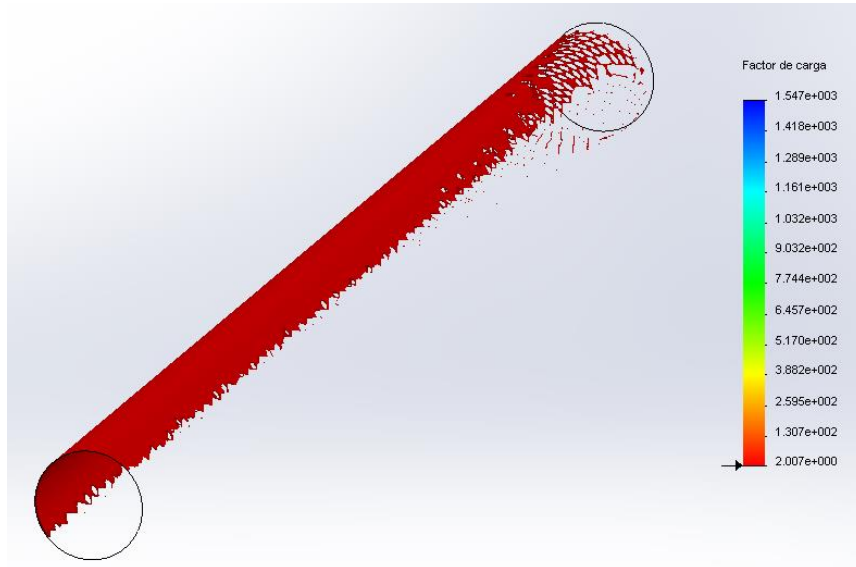


Figura A.1.58. Iso Superficie sobre trazado de fds. P1 para tensiones alternas y corrección de Soderberg

Si se aplica Soderberg (figura A.1.58) como método corrector vuelve a aparecer una distribución no homogénea al igual que con Goodman.

Si se utiliza el esfuerzo de Von Mises para evaluar las tensiones alternas:

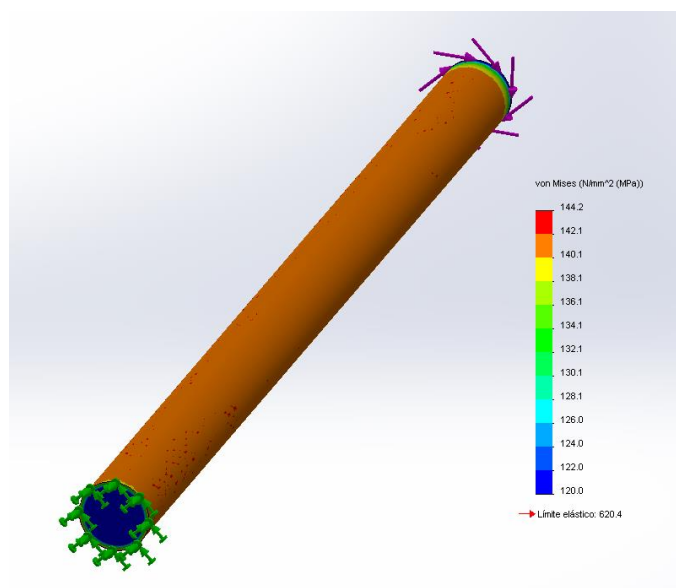
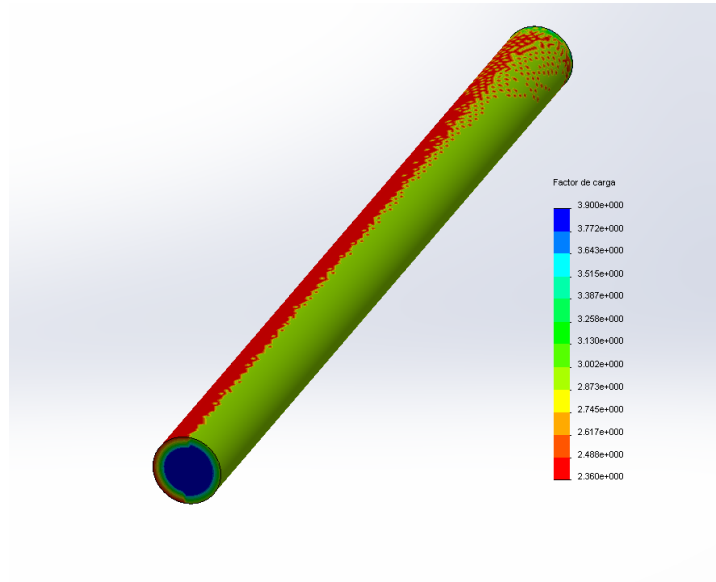


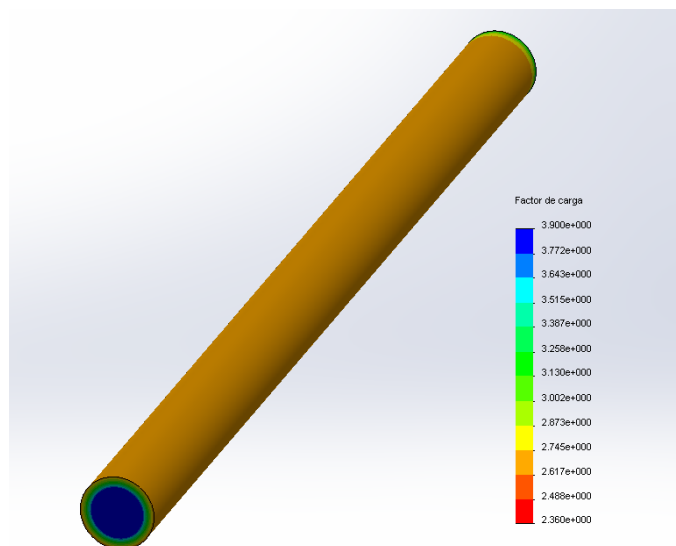
Figura A.1.59. Trazado de tensiones de Von Mises

Se ve claramente que la distribución del esfuerzo de Von Mises es prácticamente homogénea sobre su superficie (figura A.1.59). A continuación se presenta el trazado de factor de carga en fatiga utilizando el estudio estático de Von Mises y Goodman (figura A.1.60)..



*Figura A.1.60. Trazado de fds con Von Mises para tensiones alternas y criterio de Goodman*

Si se aplica el método de corrección de Gerber (figura A.1.61).



*Figura A.1.61. Trazado de fds con Von Mises como tensiones alternas y criterio de Gerber*

Visto esto, parece ser que las dos teorías lineales (Goodman y Soderberg) presentan ciertas diferencias respecto a los resultados esperados. Gerber da una respuesta lógica a diferencia de las teorías lineales.

A continuación, un resumen de los resultados. Se ha evaluado la primera tensión principal ya que tiene el mismo valor que el cortante máximo.

<b>Factor de seguridad</b>	<b>Cálculo analítico</b>	<b>SolidWorks</b>
<b>Goodman</b>	3,33	4,058
<b>Gerber</b>	4,09	4,45
<b>Soderberg</b>	3,04	3,98

Es evidente que al ser formas distintas de calcular el factor de seguridad, los resultados no coinciden, pero se observa que los resultados no difieren excesivamente entre ambos métodos.

Para Gerber los resultados coinciden casi con exactitud, pero no se debe generalizar ya que la naturaleza de obtención de las resistencias en ambos casos es distinta. Para el cálculo analítico las resistencias se calculan en base a aproximaciones empíricas para obtener valores de resistencia a la rotura por torsión o límites de fatiga, mientras que el programa se basa solo en el límite de fluencia, resistencia a la fatiga y resistencia a la rotura definidos.